



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

**ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**DETERMINACIÓN DE PARÁMETROS ELÉCTRICOS EN
MÁQUINAS SÍNCRONAS DE POLOS SALIENTES
MEDIANTE EL MÉTODO DE ELEMENTO FINITO**

TESIS

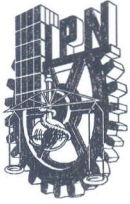
**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA**

PRESENTA

MIGUEL ANGEL REYES PÉREZ



MÉXICO, D. F. 2012



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de MÉXICO D.F. siendo las 10:00 horas del día 22 del mes de JUNIO del 2012 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de la Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de la E.S.I.M.E. ZAC. para examinar la tesis titulada:

“DETERMINACIÓN DE PARÁMETROS ELÉCTRICOS EN MÁQUINAS SÍNCRONAS DE POLOS SALIENTES MEDIANTE EL MÉTODO DE ELEMENTO FINITO”

Presentada por el alumno:

REYES

Apellido paterno

PÉREZ

Apellido materno

MIGUEL ANGEL

Nombre(s)

Con registro:

B	0	9	1	7	2	2
---	---	---	---	---	---	---

aspirante de: **MAESTRÍA EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA**

Después de intercambiar opiniones, los miembros de la Comisión manifestaron **APROBAR LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISIÓN REVISORA

Director(a) de tesis

M. EN C. TOMÁS IGNACIO ASIAÍN OLIVARES

PRESIDENTE

DR. DANIEL OLGUÍN SALINAS

SEGUNDO VOCAL

DR. FERMÍN PASCUAL ESPINO CORTÉS

SECRETARIO

DR. DANIEL RUIZ VEGA

TERCER VOCAL

DR. PABLO GÓMEZ ZAMORANO

PRESIDENTE DEL COLEGIO DE PROFESORES

DR. MAURO ALBERTO ENCISO AGUILAR





INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la Ciudad de México D.F., el día 22 del mes de Junio del año 2012. El que suscribe Miguel Angel Reyes Pérez, alumno del Programa de Maestría en Ciencias en Ingeniería Eléctrica con número de registro B091722, adscrito a la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la ESIME-Zacatenco del IPN, manifiesta que es autor intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección del M. en C. Tomás Ignacio Asiaín Olivares y cede los derechos del trabajo titulado: Determinación de parámetros eléctricos en máquinas síncronas de polos salientes mediante el método de elemento finito, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a las siguientes direcciones de correo electrónico: miguel_inea@hotmail.com y/o yeriak1@gmail.com. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Miguel Angel Reyes Pérez.

RESUMEN

En un sistema eléctrico de potencia, los generadores síncronos son la principal fuente de energía eléctrica ya que transforman potencia mecánica en potencia eléctrica. Los parámetros eléctricos de los generadores son útiles para representar sus características de comportamiento dentro de los sistemas eléctricos y realizar estudios en condiciones en estado permanente y dinámico.

En este trabajo se describe el análisis en estado permanente de un generador síncrono trifásico de polos salientes, a través de simulaciones electromagnéticas en dos dimensiones utilizando el método de elemento finito por medio de un software comercial.

Se determinan los valores de inductancia y reactancia de los devanados del estator y del rotor en los marcos de referencia abc y dq de la máquina síncrona, considerando la saturación de los materiales ferromagnéticos.

Se presentan simulaciones magnetostáticas y de campo cuasiestacionario magnético, considerando las características de simetría geométrica y magnética del generador con lo cual se reducen las dimensiones y complejidad del problema.

A través de simulaciones magnetostáticas se reproduce la curva de circuito abierto o curva de saturación del generador, mientras que por medio de simulaciones en el dominio del tiempo se estudia el comportamiento del generador cuando se encuentra conectado a una carga con factor de potencia atrasado, los resultados muestran el flujo magnético a través de los núcleos magnéticos, la distribución de la densidad de flujo magnético en el entrehierro y la variación de la tensión inducida en las terminales de la máquina.

Los resultados obtenidos demuestran que el método de elemento finito es apropiado para determinar algunos de los parámetros eléctricos de las máquinas síncronas mediante simulaciones, sin someterlas a esfuerzos electromecánicos que pudiesen dañarlas. Siendo entonces, una alternativa a los métodos convencionales de determinación de parámetros.

ABSTRACT

In an Electric Power System, synchronous generators are the main source of electrical energy by transforming mechanical power into electrical power. The electrical parameters of generators are useful for representing their behavioral characteristics in power systems and to study conditions in steady and dynamic state.

This work describes the analysis in steady state of a three phase salient pole synchronous generator through electromagnetic simulations in two dimensions using the Finite Element Method (FEM) in commercial software.

Inductance and reactance values from stator and rotor windings are achieved in the framework of the synchronous machine “abc” and “dq”, taking into account the saturation of ferromagnetic materials.

This work also shows magnetostatic simulations and quasi-stationary magnetic field, considering the geometric and magnetic symmetry of the generator with which it reduces dimensions and complexity from problem.

By means of magnetostatic simulations is reproduced the open circuit characteristic or generator saturation curve, by the other hand through simulation in time domain is studied the behavior of generator when this is connected to a load with lagging power factor, the results show a magnetic flux among the magnetic cores, the distribution of the density magnetic flux in the gap and the variation of the induced voltage at the terminals of the machine.

The results obtained show that the Finite Element Method (FEM) is appropriate to determine some of the electrical parameters of synchronous machines by means of simulations, without subjecting them to electromechanical efforts that could damage them. Since then, this is an alternative to conventional methods for determination of parameters.

DEDICATORIAS

Este trabajo es dedicado a mi familia, y muy especialmente a mis padres quienes me apoyaron siempre y bajo cualquier situación, gracias por todo su amor y cariño.

A la memoria de mi padre Ignacio Reyes Jiménez; porque tus enseñanzas me acompañan día a día y me dan fuerza para seguir adelante siempre.

“Te extraño.”

A mi madre María Porfiria Pérez Gómez; porque nunca te cansas, nunca te vences, nunca te rindes... gracias por enseñarme a disfrutar de la vida.

A mis hermanos Israel, Daniel, Miriam e Itzel; gracias por todo su apoyo y por creer en mí.

A Diana, Adriana y Germán por su apoyo y tolerancia.

A los angelitos que han dado luz a mi hogar, mis sobrinos.

Dany, Chino, Gaby y Esme; porque las sonrisas que provocan no tienen comparación.

AGRADECIMIENTOS

Al Instituto Politécnico Nacional (IPN), por ser un segundo hogar en donde se aprende algo nuevo todos los días.

Al Instituto de Investigaciones Eléctricas por proporcionar las características de diseño, especificaciones eléctricas y datos de pruebas del generador síncrono utilizado en este trabajo, sin dicha información simplemente no hubiera sido posible realizarlo.

Agradezco muy especialmente al M. en C. Tomas Ignacio Asiaín Olivares, por la dirección de este trabajo y por la confianza que me brindó para llevarlo a cabo.

Al Dr. Fermín Pascual Espino Cortes por todas sus palabras, consejos y recomendaciones para realizar esta investigación.

Al Dr. Daniel Olgún Salinas por su buen sentido del humor y buenos consejos.

A la comisión revisora por sus valiosos comentarios y observaciones para la mejora de este trabajo.

A los profesores del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la SEPI-ESIME Zacatenco, por las atenciones y ayuda brindada.

Al personal de apoyo por las atenciones brindadas, especialmente a Lilia Cruz Durán y Lorenzo González.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), al Programa Institucional para la Formación de Investigadores (PIFI-IPN) y al Consejo Mexiquense de Ciencia y Tecnología (COMECYT) por el apoyo económico brindado para la culminación de este trabajo.

CONTENIDO

RESUMEN	V
ABSTRACT	VII
DEDICATORIAS	IX
AGRADECIMIENTOS	XI
CONTENIDO	XIII
LISTA DE FIGURAS.....	XVII
LISTA DE TABLAS.....	XXI
NOMENCLATURA	XXIII
CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN	1
1.1 GENERALIDADES	1
1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	2
1.3 OBJETIVOS	3
1.3.1 Objetivo general.....	3
1.3.2 Objetivos particulares.....	3
1.4 JUSTIFICACIÓN	3
1.5 ESTADO DEL ARTE.....	4
1.6 APORTACIONES	7
1.7 LIMITACIONES Y ALCANCES	7
1.7.1 Limitaciones.....	7
1.7.2 Alcances	8
1.8 ESTRUCTURA DE LA TESIS	8
CAPÍTULO 2: MODELADO DEL CAMPO MAGNÉTICO EN EL GENERADOR SÍNCRONO.....	11
2.1 INTRODUCCIÓN	11
2.2 CAMPO CUASIESTACIONARIO MAGNÉTICO.....	11
2.2.1 Ecuaciones de Maxwell.....	11
2.2.2 El campo cuasiestacionario magnético	12

2.3 ANÁLISIS DE MÁQUINAS ELÉCTRICAS POR MEDIO DEL MEF	14
2.3.1 Reducción del problema de campo en 3D a uno en 2D	14
2.3.2 El problema de campo y las condiciones de frontera.....	16
2.3.2.1 Problema de campo.....	16
2.3.2.2 Condiciones de frontera	16
2.4 RESULTADOS OBTENIDOS POR MEDIO DEL MEF	19
2.4.1 Líneas de flujo magnético	20
2.4.2 Flujo magnético y enlaces de flujo.....	20
2.4.3 Inductancias por enlaces de flujo	22
CAPÍTULO 3: MODELO MATEMÁTICO DEL GENERADOR SÍNCRONO EN	
ESTADO PERMANENTE	23
3.1 INTRODUCCIÓN	23
3.2 DESCRIPCIÓN FÍSICA DEL GENERADOR SÍNCRONO.....	23
3.3 MODELO MATEMÁTICO DEL GENERADOR SÍNCRONO EN ESTADO	
PERMANENTE.....	24
3.3.1 Ecuaciones de la máquina en el marco de referencia abc	25
3.3.2 Inductancias de los circuitos del generador	26
3.3.2.1 Inductancias propias	27
3.3.2.2 Inductancias mutuas.....	27
3.3.3 Ecuaciones de la máquina en el marco de referencia dq.....	29
3.3.3.1 Transformación de Park.....	30
3.3.3.2 Ecuaciones de enlaces de flujo en el estator y rotor	30
3.3.3.3 Ecuaciones de voltaje en los circuitos del estator y rotor	31
3.4 SISTEMA DE ECUACIONES EN POR UNIDAD.....	32
3.4.1 Cantidades base.....	32
3.4.2 Ecuaciones de la máquina en por unidad en estado permanente	33
CAPÍTULO 4: ANÁLISIS DEL GENERADOR SÍNCRONO DE POLOS	
SALIENTES EN ESTADO PERMANENTE MEDIANTE EL MEF	35
4.1 INTRODUCCIÓN	35
4.2 DATOS DE DISEÑO ELÉCTRICO DEL GENERADOR.....	35
4.3 PROCESO DE ANÁLISIS DEL GENERADOR SÍNCRONO MEDIANTE EL	
MEF	38

4.3.1 Procedimiento de análisis.....	38
4.3.2 Modelos del generador aplicando simetría	39
4.4 CÁLCULO DE ENLACES DE FLUJO Λ	40
4.5 CÁLCULO DE INDUCTANCIAS	42
4.5.1 Ecuación de enlace de flujo modificada.....	42
4.5.2 Inductancias en el marco de referencia abc.....	42
4.5.3 Inductancias en el marco de referencia dq	48
4.5.4 Cálculo de L_d y L_q aplicando condiciones de simetría al modelo	49
4.5.5 Efecto de la saturación en las inductancias L_d y L_q	53
4.6 CÁLCULO DE LA TENSIÓN INDUCIDA	55
4.7 OPERACIÓN DEL GENERADOR SÍNCRONO EN VACÍO Y CON CARGA	57
4.7.1 Cálculo de valores en por unidad	57
4.7.2 Operación del generador en vacío.....	59
4.7.3 Operación del generador con carga con factor de potencia atrasado	63
CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES.....	73
5.1 INTRODUCCIÓN	73
5.2 APORTACIONES	74
5.3 RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS.....	74
REFERENCIAS	77
APENDICE: RESULTADOS DE PRUEBAS DE CORTO CIRCUITO APLICADOS AL GENERADOR SÍNCRONO POR EL IIE	81

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 Simetría aplicable a máquinas eléctricas (Adaptada de [33]).	15
Figura 2.2 Condición homogénea de Dirichlet a lo largo de la circunferencia externa del generador síncrono.	17
Figura 2.3 Reducción del dominio de análisis por medio de la condición de Neumann (Adaptada de [33]).	18
Figura 2.4 Reducción del dominio de análisis mediante la condición de periodicidad.	19
Figura 2.5 Líneas equipotenciales de flujo magnético en el plano (x, y) (Adaptada de [32]).	20
Figura 2.6 Integral de superficie en un problema en 2D (Adaptada de [33]).	21
Figura 2.7 Cálculo de flujo magnético Φ por medio de A_z (Adaptada de [33]).	22
Figura 3.1 Esquema de un generador síncrono trifásico (Adaptado de [34]).	24
Figura 3.2 Variación de la permeancia respecto a la posición del rotor (Adaptado de [34]).	26
Figura 3.3 Variación de la inductancia propia de una fase del estator (Adaptado de [34]).	27
Figura 3.4 Variación de la inductancia mutua entre dos devanados del estator (Adaptado de [34]).	28
Figura 4.1 Curva de saturación para el estator (lámina de acero al silicio 0.5mm).	37
Figura 4.2 Curva de saturación para el rotor (lámina de acero al carbono rolada en frío).	37
Figura 4.3 Modelo y secciones simétricas del generador síncrono.	39
Figura 4.4 Modelo del generador síncrono utilizado.	41
Figura 4.5 Corriente senoidal en los circuitos del estator.	43
Figura 4.6 Distribución de líneas de flujo magnético durante medio ciclo al energizar un devanado de armadura.	44
Figura 4.7 Inductancias propias de los circuitos del estator.	45
Figura 4.8 Inductancias mutuas entre los circuitos del estator.	46
Figura 4.9 Distribución de líneas de flujo magnético al energizar el devanado de campo.	47
Figura 4.10 Inductancia propia del circuito del rotor.	47
Figura 4.11 Inductancias mutuas entre los circuitos del estator y del rotor.	48
Figura 4.12 Distribución de líneas de flujo magnético (Modelo 4 polos).	50

Figura 4.13 Distribución de flujo magnético ($L_{d1\text{polo}}$).	52
Figura 4.14 Distribución de flujo magnético ($L_{q1\text{polo}}$).	53
Figura 4.15 Variación de X_d y X_q en pu debido a la saturación.	55
Figura 4.16 Curvas de pruebas de circuito abierto del generador.	57
Operación del generador en vacío.	
Figura 4.17 Distribución de líneas de flujo magnético (circuito abierto $I_{fd} = 12.4\text{ A}$).	62
Figura 4.18 Densidad de flujo magnético en el entrehierro (componentes).	62
Figura 4.19 Tensiones inducidas (Circuito abierto $I_{fd} = 12.4\text{ A}$).	62
Figura 4.20 Tensiones en función del flujo magnético y la velocidad síncrona.	62
Operación del generador con carga con factor de potencia atrasado.	
Figura 4.21 Diagramas fasoriales de un generador síncrono con factor de potencia atrasado, (Adaptada de [36]).	63
Figura 4.22 Diagrama fasorial del generador síncrono.	66
Figura 4.23 Líneas de flujo magnético. (Circuito abierto $I_{fd} = 12.4\text{ A}$)	68
Figura 4.24 Líneas de flujo magnético. (Reacción de armadura $I_{\text{max}} = 100\text{ A}$)	68
Figura 4.25 Líneas de flujo magnético. (Aumento de carga $I_{fd} = 12.4\text{ A}$ & $I_{\text{max}} =$ 100 A)	68
Figura 4.26 Líneas de flujo magnético. (Regulación de tensión $I_{fd} = 19.44\text{ A}$ & $I_{\text{max}} =$ 100 A)	68
Figura 4.27 Densidad de flujo magnético. (Circuito abierto $I_{fd} = 12.4\text{ A}$)	69
Figura 4.28 Densidad de flujo magnético. (Reacción de armadura $I_{\text{max}} = 100\text{ A}$)	69
Figura 4.29 Densidad de flujo magnético. (Aumento de carga $I_{fd} = 12.4\text{ A}$ & $I_{\text{max}} =$ 100 A)	69
Figura 4.30 Densidad de flujo magnético. (Regulación de tensión $I_{fd} = 19.44\text{ A}$ & $I_{\text{max}} = 100\text{ A}$)	69
Figura 4.31 Tensiones inducidas. (Circuito abierto $I_{fd} = 12.4\text{ A}$)	70
Figura 4.32 Tensiones inducidas. (Reacción de armadura $I_{\text{max}} = 100\text{ A}$)	70
Figura 4.33 Tensiones inducidas. (Aumento de carga $I_{fd} = 12.4\text{ A}$ & $I_{\text{max}} = 100\text{ A}$) .	70
Figura 4.34 Tensiones inducidas. (Regulación de tensión $I_{fd} = 19.44\text{ A}$ & $I_{\text{max}} =$ 100 A)	70
Figura 4.35 Enlaces de flujo por velocidad. (Circuito abierto $I_{fd} = 12.4\text{ A}$)	71

Figura 4.36 Enlaces de flujo por velocidad. (Reacción de armadura $I_{\max} = 100 \text{ A}$)	71
Figura 4.37 Enlaces de flujo por velocidad. (Aumento de carga $I_{fd} = 12.4 \text{ A}$ & $I_{\max} = 100 \text{ A}$)	71
Figura 4.38 Enlaces de flujo por velocidad. (Regulación de tensión $I_{fd} = 19.44 \text{ A}$ & $I_{\max} = 100 \text{ A}$)	71

LISTA DE TABLAS

Tabla 4.1 Especificaciones eléctricas del generador [41].	36
Tabla 4.2 Especificaciones geométricas del generador [41].	36
Tabla 4.3 Resultados obtenidos (Modelo 4 polos).	50
Tabla 4.4 Resultados obtenidos ($L_{d\ 1polo}$)	52
Tabla 4.5 Resultados obtenidos ($L_{q\ 1polo}$)	53
Tabla 4.6 Variación de inductancia y reactancia síncrona en eje d y eje q debido a la saturación de los materiales magnéticos del generador.	54
Tabla 4.7 Datos de pruebas de circuito abierto aplicadas al generador.	56
Tabla A.1 Prueba de corto circuito proporcionada por el IIE (1988).	81
Tabla A.2 Prueba de corto circuito proporcionada por el IIE (1989).	81

CAPÍTULO 1:

INTRODUCCIÓN

1.1 GENERALIDADES

Las máquinas síncronas generan casi toda la energía eléctrica utilizada alrededor del mundo, son accionadas por turbinas hidráulicas o por turbinas de vapor transformando la energía mecánica en energía eléctrica.

Las redes eléctricas son integradas por una gran cantidad de equipos eléctricos interconectados como generadores y transformadores entre otros, y son conocidas en conjunto como sistemas eléctricos de potencia SEP. Para su estudio es necesario crear modelos matemáticos que representen acertadamente el comportamiento dinámico de cada uno de los elementos o equipos que la integran.

Los parámetros de inductancias, reactancias y resistencias de los devanados de las máquinas síncronas son utilizados para crear modelos que permitan representarlas en los estudios dinámicos de SEP.

A través de los años se han desarrollado diversas técnicas para la determinación de parámetros de máquinas síncronas [1] y gracias al desarrollo de equipos computacionales modernos, técnicas matemáticas avanzadas tales como el método de elemento finito MEF están siendo utilizadas para determinar los parámetros dinámicos de las máquinas síncronas.

En los últimos años se ha realizado extenso trabajo en la determinación de los parámetros de las máquinas síncronas sin tener que exponerlas a esfuerzos electromecánicos a través de software de modelado en dos y tres dimensiones 2D y 3D [2, 3, 4, 5, 6, 7].

El MEF es utilizado para reproducir las características de funcionamiento del generador síncrono, la simulación depende principalmente de las características geométricas del modelo y de las propiedades de los materiales involucrados.

En la mayoría de las aplicaciones conviene realizar modelos geométricos simples para el análisis y considerar si un modelo más detallado es necesario para obtener mejores resultados, por ejemplo la máquina síncrona obviamente es una estructura tridimensional y comúnmente conviene modelarla en 2D, despreciando los efectos de los bordes terminales sin alterar considerablemente los resultados.

Las simulaciones realizadas mediante el MEF requieren tiempos de cómputo regularmente largos, los modelos en 2D pueden ayudar a reducir considerablemente estos tiempos con respecto a los modelos en 3D.

Una ventaja importante de estos paquetes de modelado es que son capaces de considerar características no lineales de los materiales, tales como los materiales ferromagnéticos de los núcleos de las máquinas eléctricas.

En este capítulo se plantea el problema existente en la determinación de los parámetros eléctricos (inductancias y reactancias) de un generador síncrono de polos salientes mediante simulaciones electromagnéticas en 2D utilizando el método de elemento finito a través del software COMSOL[®].

El análisis del generador síncrono es llevado a cabo en condiciones de operación en estado permanente mediante simulaciones magnetostáticas y simulaciones en el dominio del tiempo.

Además, se describe y justifica el objetivo del trabajo de tesis y se presenta una breve descripción de trabajos realizados previamente.

1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La determinación de los parámetros eléctricos de generadores síncronos se ha realizado a lo largo de los años utilizando técnicas convencionales tales como pruebas en el dominio del tiempo, pruebas en el dominio de la frecuencia y análisis de datos de diseño [8, 9, 10, 11], de las cuales se obtienen diferentes parámetros de la máquina en condiciones de estado permanente y dinámico.

Sin embargo, las pruebas convencionales presentan un cierto riesgo para la máquina debido a que es sometida a condiciones anormales de operación tales como corto circuito. Además, la aplicación de estas pruebas requiere de instrumentos de medición, equipo eléctrico y personal calificado.

Como una alternativa a las técnicas convencionales mencionadas, es posible determinar los parámetros de inductancia y reactancia de los devanados de las máquinas síncronas mediante un análisis en elemento finito utilizando programas comerciales sin someter al generador a esfuerzos electromecánicos que puedan dañarlo. Más aún, en trabajos recientes se han reproducido mediante el MEF las técnicas convencionales para la determinación de parámetros, los resultados obtenidos se han verificado con los de las pruebas convencionales reales [3, 5, 12, 13, 14, 15].

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo general

Determinar los parámetros de inductancia de un generador síncrono de polos salientes en estado permanente utilizando el método de elemento finito a través de simulaciones electromagnéticas.

1.3.2 Objetivos particulares

- a) Determinar a partir de simulaciones electromagnéticas en el dominio del tiempo, los valores de inductancia de los devanados del generador síncrono en los marcos de referencia abc y dq.
- a) Determinar a partir de simulaciones magnetostáticas los valores de inductancia y reactancia síncrona en eje directo y en eje de cuadratura.
- b) Reproducir la curva característica de circuito abierto del generador por medio de simulaciones magnetostáticas y compararla con resultados de pruebas de laboratorio.
- c) Obtener a partir de simulaciones electromagnéticas en el dominio del tiempo la tensión nominal inducida en las terminales del generador, cuando opera en vacío.
- d) Analizar por medio de simulaciones electromagnéticas en el dominio del tiempo el modelo del generador en condiciones de estado permanente cuando se encuentra alimentando una carga.

1.4 JUSTIFICACIÓN

El conocimiento adecuado de los parámetros eléctricos de las máquinas síncronas permite mejores diseños de máquinas y es la base para construir modelos matemáticos que puedan ser utilizados en estudios dinámicos de sistemas eléctricos de potencia.

La determinación de dichos parámetros se ha realizado a partir de técnicas convencionales que involucran pruebas al generador en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia, tradicionalmente.

El método de elemento finito permite determinar los parámetros eléctricos del generador síncrono y analizar su comportamiento a partir de la solución de campos electromagnéticos por medio de simulaciones en una computadora.

Además, es posible simular a través del MEF las pruebas convencionales utilizando herramientas adicionales incluidas en software comerciales haciendo posible la comparación y comprobación de los resultados obtenidos por ambas técnicas.

Para llevar a cabo las simulaciones mediante el MEF es necesario conocer las dimensiones de la geometría o modelo por analizar, así como las características de los materiales que lo integran. Si es posible de acuerdo al modelo, se pueden aplicar diversas técnicas de simetría y modelado que ayudan a reducir las dimensiones del modelo al mismo tiempo que reducen el costo computacional del mismo.

1.5 ESTADO DEL ARTE

La determinación de parámetros eléctricos y el análisis del generador síncrono a través del uso del MEF ha sido tema de un gran número de investigaciones, ya que los requisitos necesarios para su estudio principalmente es contar con los datos de las dimensiones geométricas, características de los materiales y el programa o software. Además del cálculo de inductancias y reactancias del generador, se han realizado trabajos en los que se reproducen las técnicas de prueba en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia mediante el uso del MEF; algunos de los trabajos desarrollados se mencionan a continuación.

En 1984, C. N. Ashtiani y D. A. Lowther [16], presentaron una simulación utilizando el MEF para determinar las reactancias en estado estacionario de un gran generador síncrono de polos salientes mediante la técnica de fasores espaciales, obteniendo valores de reactancias en eje directo y en eje de cuadratura, para diferentes condiciones de carga.

En 1985, D. C. Macdonald, A. B. J. Reece y P. J. Turner [17], presentaron un análisis por medio del MEF para calcular las reactancias en estado estable de un turbogenerador, ellos establecen que a potencia nominal el valor de la reactancia en eje directo puede ser incluso 30% menor que el valor no saturado, mientras que el valor de la reactancia en eje de cuadratura puede variar alrededor de un 20% para diferentes condiciones de carga o factor de potencia. También investigan la reactancia de eje transversal o reactancia de eje cruzado.

En 1994 y 1995, Silvio Ykuyo Nabeta, Albert Foggia, Jean-Louis Coulomb y Gilbert Reyne [18, 19], presentaron la simulación en 2D de una falla de corto circuito simétrica en una máquina síncrona de polos salientes utilizando el MEF acoplado con

circuitos eléctricos externos que permitieron tomar en cuenta la impedancia de los cabezales de los devanados, para la determinación de los parámetros dinámicos de la máquina.

En 1996 y 1998, F. Deng y N. A. O. Demerdash [20, 21, 22], presentaron el desarrollo y aplicación de un ambiente de modelado basado en un acoplamiento entre el método de elemento finito y la solución de ecuaciones en variables de estado (CFE-SS) a generadores síncronos de polos salientes, completamente en el marco de referencia natural abc en el dominio del tiempo, para predecir los parámetros de la máquina en estado estable y sus características de comportamiento, incluyendo el cálculo de pérdidas en los núcleos magnéticos del generador. La matriz de inductancias en el modelo en variables de estado es un dato obtenido por la simulación del MEF a cada paso de tiempo y los resultados de este sistema de ecuaciones son las corrientes de magnetización de los diferentes devanados de la máquina, los que a su vez corresponden a los datos de entrada para el modelo de elementos finitos. Para calcular las inductancias de los devanados del generador utilizan un método alternativo a la aproximación por enlaces de flujo denominado “perturbación de energía” [23, 24, 25].

En 2005 S. Keller, M. Tu Xuan y J.-J. Simond [12], presentaron un método que combina la solución de elemento finito con ecuaciones analíticas para predecir la forma de onda de voltaje de un generador síncrono laminado de polos salientes en la condición de vacío. El método consiste en obtener desde simulación con elementos finitos en 2D los acoplamientos magnéticos entre conductores de la máquina y aplicar un sistema de ecuaciones diferenciales para obtener los voltajes sin carga en los devanados a partir de mantener una corriente de campo constante y simular estas condiciones para diferentes posiciones del rotor.

En 2006 Oystein Krovel y Robert Nilssen [26], presentaron los resultados de una simulación en 2D y 3D utilizando también el software computacional COMSOL[®] para un generador de imanes permanentes de flujo radial con bobinas concentradas. Analizaron el cálculo de inductancia por medio de la energía almacenada en el circuito magnético para una bobina, así como el voltaje inducido en el devanado y el torque de la máquina. Demostraron que para esta máquina en especial los cabezales del devanado contribuyen de manera significativa a la magnitud de la inductancia de las bobinas del devanado, por lo cual el efecto de estos cabezales no puede ser despreciado como se acostumbra en otros tipos de máquinas eléctricas rotatorias.

En 2008 R. Escarela-Perez, E. Melgoza y E. Campero-Littlewood [6] realizaron un modelado armónico en el tiempo sobre un motor de inducción jaula de ardilla en el cual establecen que el modelo en elemento finito requiere una solución acoplada de las ecuaciones de campos electromagnéticos con soluciones de circuitos eléctricos para determinar los efectos que se producen en los cabezales de los devanados de armadura y en

los anillos que cortocircuitan las barras del rotor. En esta simulación hacen uso de la capacidad de COMSOL[®] para crear pares entre subdominios y tratarlos con un mallado independiente uno del otro, lo que permite discretizar con mayor detalle los subdominios a analizar.

Como se ha mostrado, el cálculo de los parámetros en generadores síncronos ha tomado nuevas tendencias pasando de pruebas en campo a simulaciones en computadora, sin embargo la limitación más grande para el análisis de máquinas a través del MEF como se ha mencionado antes es la adquisición de los datos geométricos y características de los materiales con los que están construidas estas máquinas. Por lo tanto, el estudio de las técnicas más comunes en la determinación de parámetros seguirá siendo la forma más factible de obtener las características de las máquinas eléctricas.

En la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, dentro del grupo de investigación de Fenómenos Dinámicos en Redes Interconectadas y Máquinas Eléctricas de la SEPI ESIME Zacatenco del IPN se han desarrollado varios trabajos sobre determinación de parámetros de máquinas síncronas, a continuación se describen algunos de ellos.

En 1991, Tomas Ignacio Asiaín Olivares [8], presentó la determinación de parámetros eléctricos en máquinas síncronas y de inducción a través de métodos experimentales aplicados a máquinas generalizadas, a partir de éste trabajo se han venido desarrollando otros aplicando diversas técnicas de determinación paramétrica.

En 2005 y 2010, Salvador Campos Hernández [10] y Gustavo Trinidad Hernández [11] respectivamente, presentaron trabajos referentes a la determinación de parámetros eléctricos de máquinas síncronas mediante técnicas en el dominio de la frecuencia.

En 2008, Laura Leticia Juárez Caltzontzin [9], presentó la determinación de los parámetros dinámicos de máquinas síncronas por medio de un programa de computadora digital, utilizando técnicas en el dominio del tiempo.

En 2010 y 2011, José Hermilo Cerón Guerrero [27] y Roberto Flores Ángeles [28] respectivamente, presentaron resultados del cálculo de las inductancias de los devanados de máquinas síncronas de polos salientes y del motor de inducción utilizando un programa en computadora basado en el método de la función de devanado modificada (MWFM), para predecir el efecto de la excentricidad en la estabilidad transitoria de la máquina síncrona de polos salientes y del motor de inducción. Validando los resultados con simulaciones en elemento finito sin considerar el efecto de saturación.

Los trabajos realizados en la SEPI ESIME Zacatenco son importantes y de gran interés para otros trabajos de investigación, sin embargo son pocos los trabajos de investigación utilizando el MEF aplicado a máquinas síncronas, especialmente al generador síncrono de polos salientes.

1.6 APORTACIONES

- a) Se obtiene un modelo geométrico a partir de datos de diseño de un generador síncrono de polos salientes.
- b) Se obtienen los perfiles de inductancia de los devanados de armadura y del devanado de campo del generador, en condiciones no saturadas en el marco de referencia abc.
- c) Se obtiene el valor de las inductancias y reactancias en eje directo y en eje de cuadratura a través de simulaciones de campo magnetostático, validando los resultados obtenidos en el marco de referencia abc.
- d) Se propone a través de resultados de simulaciones, un perfil de reactancias síncronas en eje directo y en eje de cuadratura considerando el efecto de saturación en los núcleos magnéticos del generador.
- e) Se reproduce la prueba de circuito abierto a partir de simulaciones magnetostáticas para determinar la tensión nominal en las terminales del generador.
- f) Se obtienen las características de respuesta en estado permanente del generador síncrono cuando alimenta una carga a través de simulaciones electromagnéticas en el dominio del tiempo.

1.7 LIMITACIONES Y ALCANCES

1.7.1 Limitaciones

- a) El modelo se desarrolló en dos dimensiones por lo que no se tomaron en cuenta los efectos de los bordes terminales del generador.
- b) Las simulaciones en el dominio del tiempo fueron llevadas a cabo con una corriente máxima de 100 A, debido al alto costo computacional que involucra energizar los devanados a corriente nominal ($820 A_{rms}$), aunado al movimiento relativo entre los subdominios estator y rotor.
- c) Considerando el inciso anterior, el efecto de saturación en los materiales magnéticos del generador es considerado otra limitante ya que a mayor corriente de alimentación en los devanados, mayor es el efecto de saturación y mayor el tiempo de solución.

1.7.2 Alcances

- a) Se implementa una serie de simulaciones de un generador síncrono de polos salientes en 2D con soluciones de campos magnetostáticos y cuasiestacionario magnético, que permiten analizar su comportamiento en estado permanente.
- b) Se obtienen los resultados del cálculo de inductancias en el marco de referencia abc y dq en condiciones no saturadas para los devanados del estator y para el devanado de campo.
- c) Se obtienen los valores de reactancia síncrona en eje directo y en eje de cuadratura tomando en cuenta el efecto de saturación.
- d) Se obtiene la forma de onda de la tensión en vacío del generador y se reproduce la curva de circuito abierto.
- e) A partir de las simulaciones en el dominio del tiempo es posible observar el comportamiento de la distribución de líneas de flujo magnético cuando el generador se conecta a una carga balanceada.

1.8 ESTRUCTURA DE LA TESIS

Capítulo 1, *Introducción.*

Se describen los objetivos, justificación, limitaciones y alcances de este trabajo, además se presenta el estado del arte sobre el tema.

Capítulo 2, *Modelado del campo magnético en el generador síncrono.*

Se describe el tipo de fenómeno electromagnético que gobierna el comportamiento del generador síncrono a partir de las ecuaciones de Maxwell y la teoría de potenciales. Se presenta de forma general el análisis por medio del método de elemento finito de las máquinas eléctricas, dando énfasis a las condiciones de frontera y los resultados del problema de campo presentados a través del potencial vectorial magnético.

Capítulo 3, *Modelo matemático del generador síncrono en estado permanente.*

Se describe el modelo matemático del generador síncrono en estado permanente, se plantean las ecuaciones que definen su comportamiento y se plantean también las ecuaciones que definen cada una de las inductancias de los devanados del rotor y del estator en el dominio del tiempo o marco de referencia abc. A través de la transformación de Park

se establecen las ecuaciones del generador y de las inductancias en el marco de referencia dq.

Capítulo 4, *Análisis del generador síncrono de polos salientes en estado permanente mediante el MEF.*

Se presentan los resultados obtenidos de las simulaciones magnetostáticas y de campo cuasiestacionario magnético aplicadas al generador síncrono de polos salientes. Se presentan las inductancias de los devanados de la máquina en los marcos abc y dq, tomando en cuenta la saturación de los materiales magnéticos.

Se presentan también, los resultados obtenidos al simular el generador en condiciones de vacío y con carga.

Capítulo 5, *Conclusiones.*

Se presenta un resumen de los principales resultados y logros obtenidos en este trabajo, además de las recomendaciones para trabajos futuros que pudieran realizarse con el modelo presentado o teniéndolo como referencia.

Determinación de parámetros eléctricos en máquinas síncronas de polos salientes mediante el método de elemento finito.

CAPÍTULO 2:

MODELADO DEL CAMPO MAGNÉTICO EN EL GENERADOR SÍNCRONO

2.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se estudian los fenómenos electromagnéticos que ocurren en el interior del generador síncrono por medio de las ecuaciones de Maxwell y algunos conceptos e identidades del cálculo vectorial.

El problema de campo que describe el comportamiento del generador es conocido como *campo cuasiestacionario magnético* [29, 30].

Debido a que el problema de campo es descrito por ecuaciones diferenciales parciales se utiliza la teoría de potenciales que permite reducir problemas en dos y tres dimensiones a una dimensión [29, 31].

Por otra parte, se plantea como realizar el análisis de máquinas eléctricas por medio del método de elemento finito, el estudio de las condiciones de frontera y se describe el cálculo de flujo magnético, enlaces de flujo e inductancias a través del cálculo del potencial vectorial magnético \vec{A} [32, 33].

2.2 CAMPO CUASIESTACIONARIO MAGNÉTICO

2.2.1 Ecuaciones de Maxwell

Los problemas de campos electromagnéticos pueden ser analizados a partir de las ecuaciones de Maxwell, presentadas en forma diferencial son las siguientes [31]:

$$\text{Ley de Ampere – Maxwell} \quad \nabla \times \vec{H} = \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\text{Ley de Faraday} \quad \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\text{Ley de Gauss} \quad \nabla \cdot \vec{D} = \rho_v \quad (2.3)$$

$$\text{Ley de continuidad} \quad \nabla \cdot \bar{B} = 0 \quad (2.4)$$

Las relaciones entre los campos electromagnéticos son dadas por las propiedades del medio donde interactúan, reciben el nombre de relaciones constitutivas y son expresadas como:

$$\bar{B} = \mu \bar{H} \quad (2.5)$$

$$\bar{D} = \varepsilon \bar{E} \quad (2.6)$$

$$\bar{J} = \sigma \bar{E} \quad (2.7)$$

2.2.2 El campo cuasiestacionario magnético

Un campo cuasiestacionario magnético es aquel que se presenta en materiales conductores y ferromagnéticos operando a baja frecuencia en el orden de 60 Hz hasta algunos cientos de kHz. Se considera que la corriente de conducción es mucho mayor que la corriente de desplazamiento, por lo que esta última puede ser despreciada y debido a esto, no existen fenómenos de propagación y radiación de ondas [29].

El generador síncrono trabaja a una frecuencia constante de 60 Hz, su comportamiento puede ser deducido de las ecuaciones de Maxwell de la siguiente manera:

A partir de la ley de continuidad del campo magnético, ecuación (2.4) y auxiliados de la identidad vectorial siguiente:

$$\nabla \cdot (\nabla \times \bar{F}) = 0 \quad (2.8)$$

Se puede definir un *potencial vectorial* dado por:

$$\bar{B} = \nabla \times \bar{A} \quad (2.9)$$

Donde \bar{A} es conocido como potencial vectorial magnético.

En las ecuaciones de Maxwell (2.1) y (2.2) los campos eléctrico y magnético están acoplados, para llegar a la solución del campo cuasiestacionario magnético es necesario desacoplar dichas ecuaciones. Al despreciar la corriente de desplazamiento $\frac{\partial \bar{D}}{\partial t}$ en la ecuación (2.1) se tiene que:

$$\nabla \times \bar{H} = \bar{J}_c \quad (2.10)$$

Al sustituir la ecuación (2.9) en la ley de Faraday, ecuación (2.2) se obtiene:

$$\nabla \times \bar{E} = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \bar{A}) \quad (2.11)$$

Simplificando términos, se obtiene:

$$\nabla \times \left[\bar{E} + \frac{\partial \bar{A}}{\partial t} \right] = 0 \quad (2.12)$$

Considerando la identidad del cálculo vectorial siguiente:

$$\nabla \times (\nabla V) = 0 \quad (2.13)$$

Aplicando la identidad anterior a la ecuación (2.12), se puede calcular la intensidad de campo eléctrico como:

$$\bar{E} = -\nabla V - \frac{\partial \bar{A}}{\partial t} \quad (2.14)$$

Por otra parte, al sustituir las relaciones fundamentales (2.5) y (2.7), así como la ecuación (2.9) en la ecuación (2.10) se obtiene:

$$\nabla \times \left[\frac{1}{\mu} \nabla \times \bar{A} \right] = \sigma \bar{E} \quad (2.15)$$

Sustituyendo la ecuación (2.14) en la ecuación (2.15) se obtiene:

$$\nabla \times \left[\frac{1}{\mu} \nabla \times \bar{A} \right] = \sigma \left[-\nabla V - \frac{\partial \bar{A}}{\partial t} \right] \quad (2.16)$$

Y ordenando términos,

$$\sigma \frac{\partial \bar{A}}{\partial t} + \nabla \times \left[\frac{1}{\mu} \nabla \times \bar{A} \right] = -\sigma \nabla V \quad (2.17)$$

La ecuación (2.17) es la ecuación de difusión que debe ser resuelta para fenómenos donde exista la presencia de materiales ferromagnéticos tales como en las máquinas eléctricas. Esta ecuación puede ser comparada con la ecuación que presenta COMSOL[®] para ser resuelta mediante el MEF. Las ecuaciones (2.18) y (2.19) son las ecuaciones a resolver en el software, para campos cuasiestacionarios en el dominio del tiempo.

a) Para materiales ferromagnéticos:

$$\sigma \frac{\partial \bar{A}}{\partial t} + \nabla \times \bar{H} = \left(\sigma \frac{\Delta V}{L} + \bar{J}^e \right) \quad (2.18)$$

b) Para cualquier otro tipo de material:

$$\sigma \frac{\partial \bar{A}}{\partial t} + \nabla \times (\mu_0^{-1} \mu_r^{-1} \nabla \times \bar{A}) = \left(\sigma \frac{\Delta V}{L} + \bar{J}^e \right) \quad (2.19)$$

\bar{J}^e Representa una densidad de corriente externa, mientras que L representa la longitud axial de la geometría analizada.

2.3 ANÁLISIS DE MÁQUINAS ELÉCTRICAS POR MEDIO DEL MEF

Los requerimientos de exactitud cada vez mayor durante los procesos de diseño y análisis de máquinas eléctricas han fomentado el incremento de métodos numéricos apropiados para el cálculo de campos eléctricos y magnéticos. Estos métodos se basan en la determinación de la distribución de los campos electromagnéticos en las geometrías bajo estudio, apoyados como se menciona antes, en la solución de las ecuaciones de Maxwell.

El método de elemento finito MEF es una técnica numérica que conduce a una solución del campo considerando geometrías complejas, campos variables en el tiempo y condiciones no lineales debidas a la naturaleza propia de los materiales involucrados.

El MEF es uno de los métodos más utilizados hoy en día para la solución de problemas de campos vectoriales, sin embargo los campos electromagnéticos requieren de un tiempo de cómputo generalmente alto, con la finalidad de reducir estos tiempos de simulación es posible asignar condiciones de periodicidad y condiciones de simetría a las geometrías analizadas [33].

2.3.1 Reducción del problema de campo en 3D a uno en 2D

El análisis de una máquina eléctrica implica por supuesto una geometría en 3D, esto implicaría elementos finitos también en 3D y requeriría de una capacidad de procesamiento y un tiempo de computo mayores que para el caso en 2D.

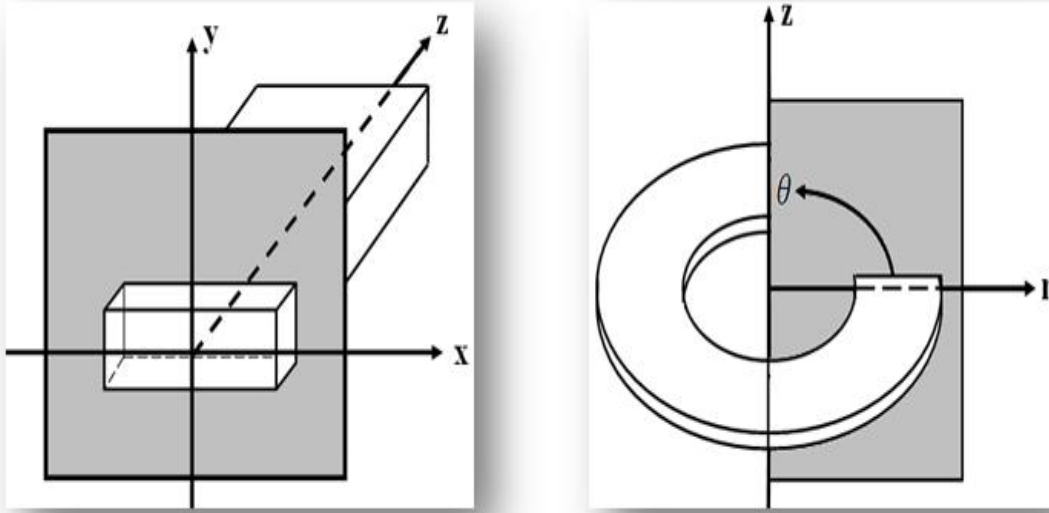
Si la geometría a analizar, en éste caso un generador síncrono de polos salientes, presenta algún tipo de simetría es posible reducir las dimensiones del estudio, la simetría puede ser de dos tipos.

- a) Simetría plana o simetría (x, y) .

Se asume que el fenómeno magnético es idéntico en cada plano (x, y) normal al eje z , como se muestra en la figura 2.1 (a); los efectos de los bordes terminales son por lo tanto despreciados.

- b) Simetría axial o simetría (r, z) .

Se asume que el fenómeno magnético se repite en forma idéntica en cada semiplano (r, z) obtenido como una rotación alrededor del eje z , siendo éste el eje de simetría como se observa en la figura 2.1 (b).



(a) Simetría plana (x, y)

(b) Simetría axial (r, z)

Figura 2.1 Simetría aplicable a máquinas eléctricas (Adaptada de [33]).

En el estudio de problemas de campo magnético en un generador síncrono es común utilizar el concepto de simetría plana (x, y), en el cual se considera lo siguiente:

- a) El vector densidad de corriente \vec{J} tiene solamente una componente en el eje z.

$$\vec{J} = [0, 0, J_z] \quad (2.20)$$

- b) El potencial vectorial magnético \vec{A} es paralelo al vector \vec{J} , y tiene solamente una componente en el eje z.

$$\vec{A} = [0, 0, A_z] \quad (2.21)$$

- c) El vector densidad de flujo magnético \vec{B} tiene componentes solamente sobre el plano (x, y), debido a que:

$$\vec{B} = \nabla \times [0, 0, A_z] = \left[\frac{\partial A_z}{\partial y}, -\frac{\partial A_z}{\partial x}, 0 \right] \quad (2.22)$$

- d) Si la permeabilidad magnética μ se considera constante, el problema de campo es descrito por la ecuación de Poisson [31, 32, 33], equivalente a la ecuación (2.15).

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} = -\mu J_z \quad (2.23)$$

2.3.2 El problema de campo y las condiciones de frontera

2.3.2.1 Problema de campo

Un problema de campo vectorial es descrito generalmente por una ecuación diferencial, definida en el dominio D junto con las condiciones de frontera como:

$$L\phi(P, t) = f(P, t) \quad (2.24)$$

En la ecuación (2.24) L es un operador diferencial, ϕ es la función desconocida a ser determinada y f es la función forzante. Ambos ϕ y f dependen de la posición en el espacio $P(x, y, z)$ y el tiempo (t).

En problemas electromagnéticos la ecuación (2.24) es dada por la ecuación de Poisson (2.23), Laplace o Helmholtz, en las que ϕ es un campo escalar o vectorial [33].

2.3.2.2 Condiciones de frontera

Las condiciones que expresan el comportamiento del problema de campo sobre las fronteras de la geometría son llamadas *restricciones o condiciones de frontera* y pueden ser de tres tipos: condiciones de Dirichlet, de Neumann y de periodicidad.

La correcta asignación de las condiciones de frontera en el modelo estudiado es de importancia fundamental para la solución del problema, pueden ayudar a reducir las dimensiones del modelo en estudio.

Una vez que se ha fijado la densidad de corriente J_z y el valor del potencial A_z es conocido sobre la frontera del dominio, es posible determinar el valor del potencial vectorial magnético A_z a partir de la ecuación (2.15) ó (2.23) en cada punto de la geometría analizada.

a) Condición de Dirichlet.

Corresponde a establecer un valor de ϕ sobre la frontera.

a.1) Condición homogénea (*condición de frontera de primer tipo*).

$$\phi = 0 \quad (2.25)$$

a.2) Condición no homogénea.

$$\phi = \phi_f \quad (2.26)$$

En máquinas eléctricas generalmente el valor asignado es constante por lo que la línea de frontera asume el mismo valor del potencial, así las líneas de flujo serán

tangenciales a la frontera y no habrá líneas de flujo que la crucen. La condición homogénea (2.25), se puede interpretar como si existiera un material con nula permeabilidad magnética exactamente después de la frontera, ver figura 2.2.

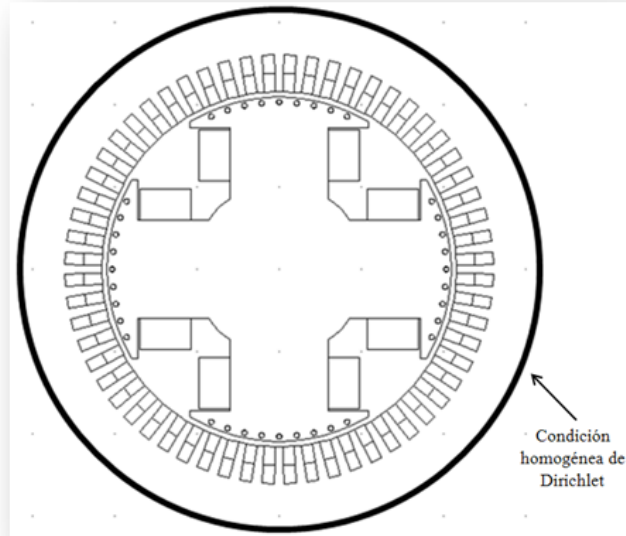


Figura 2.2 Condición homogénea de Dirichlet a lo largo de la circunferencia externa del generador síncrono.

b) Condición de Neumann.

Corresponde a establecer un valor en la frontera igual a la derivada de ϕ normal a la frontera, por lo que las líneas de flujo tendrán un ángulo de incidencia con la frontera.

b.1) Condición homogénea (*condición de frontera de segundo tipo*).

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad (2.27)$$

b.2) Condición homogénea (*condición de frontera de tercer tipo*).

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} + k\phi = 0 \quad (2.28)$$

b.3) Condición no homogénea.

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} + k\phi = \phi_g \quad (2.29)$$

La condición homogénea establece que las líneas de flujo son forzadas a ser perpendiculares a la frontera. En un campo magnético la condición (2.27) restringe al vector densidad de flujo magnético \vec{B} para que sólo tenga componente normal a la frontera,

esto sería equivalente a tener un material externo con permeabilidad magnética infinita exactamente después de la frontera, ver figura 2.3 (a) y (b).

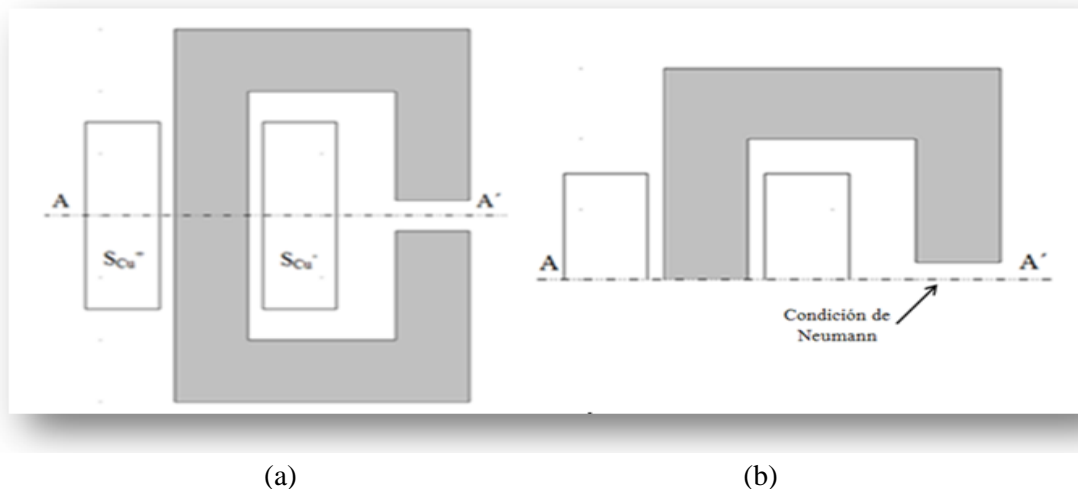


Figura 2.3 Reducción del dominio de análisis por medio de la condición de Neumann
(Adaptada de [33]).

Se puede observar que la estructura de la reactancia es simétrica con respecto al eje AA', tanto geométrica como magnéticamente. Debido a que la parte baja de la máquina es exactamente la imagen reflejada de la parte superior y las líneas de flujo magnético no pueden ser discontinuas, entonces las líneas de flujo deben ser normales al eje AA'. Por lo tanto, la estructura puede ser simplificada como en la figura 2.3 (b) al imponer la condición homogénea de Neumann a lo largo de la frontera AA' llevando a cabo el análisis sólo sobre la mitad de la estructura.

c) Condición de periodicidad.

En máquinas eléctricas esta condición establece una correspondencia entre los valores del potencial vectorial magnético a lo largo de dos o más fronteras de la estructura o geometría. Una frontera es seleccionada y el potencial en la otra es expresado como una función del potencial de la primera.

Esta condición de frontera es útil en estructuras que exhiben una repetición de los campos electromagnéticos pero que no son apropiadamente descritas por las condiciones de frontera de Dirichlet o de Neumann.

c.1) Condición periódica par.

En el generador de la figura 2.2 que tiene 2 pares de polos (2P) y por lo tanto una simetría magnética con respecto a la coordenada azimutal θ igual a 2. Es posible estudiar sólo la mitad de la máquina, como en la figura 2.4 (a) imponiendo sobre la frontera que:

$$A_z(r, \theta) = +A_z \left[r, \theta + (2k) \frac{\pi}{p} \right] \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (2.30)$$

Lo cual es llamado condición periódica par.

c.2) Condición periódica impar.

De igual manera, es posible estudiar del generador de la figura 2.2 solamente un cuarto de la máquina o un polo, como se observa en la figura 2.4 (b). Esto se logra imponiendo sobre la frontera lo siguiente:

$$A_z(r, \theta) = -A_z \left[r, \theta + (2k - 1) \frac{\pi}{p} \right] \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (2.31)$$

Lo cual es llamado condición periódica impar.

En la parte de la circunferencia externa el valor del potencial vectorial magnético $A_z = 0$ es asignado como en la figura 2.2.

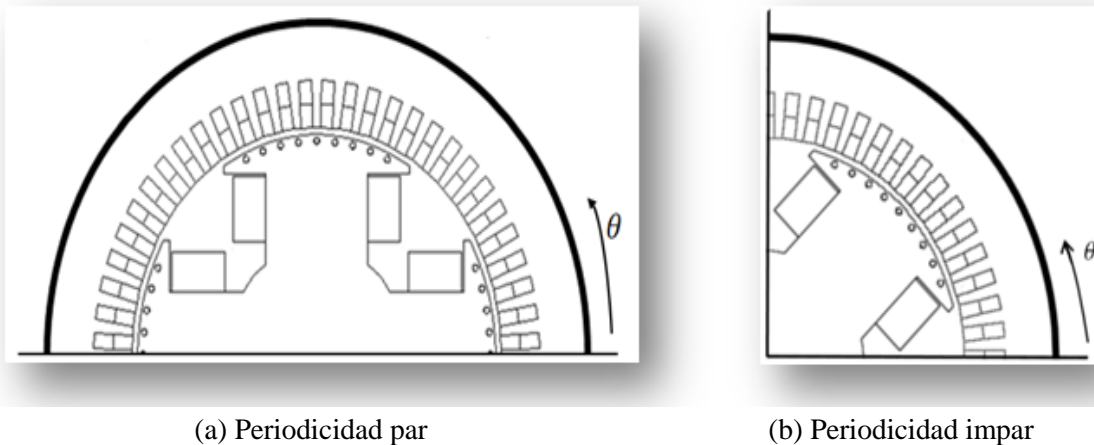


Figura 2.4 Reducción del dominio de análisis mediante la condición de periodicidad.

2.4 RESULTADOS OBTENIDOS POR MEDIO DEL MEF

La solución a la ecuación (2.23) consiste en determinar los valores del potencial vectorial magnético en cada punto del dominio, esto se logra sólo después de que se han cumplido las siguientes condiciones:

- a) Se conocen las dimensiones geométricas del problema y por lo tanto se ha dibujado la geometría.
- b) Se asignan las condiciones de frontera adecuadas.
- c) Se asignan las propiedades eléctricas y magnéticas a los materiales involucrados.

- d) Se asignan las fuentes de corriente, (densidad de corriente o magnetización por imanes permanentes).

A partir del conocimiento del potencial vectorial magnético en todos los puntos del dominio es posible calcular los vectores densidad de flujo magnético e intensidad de campo magnético.

2.4.1 Líneas de flujo magnético

Las líneas de flujo magnético son líneas para las cuales el vector de densidad de flujo magnético es paralelo y corresponden a líneas equipotenciales del potencial vectorial magnético.

Para un problema en 2D y en coordenadas cartesianas un contorno de potencial constante es una línea de flujo, esto es debido a la definición del potencial vectorial magnético dada en la ecuación (2.22), [32, 33].

$$\vec{B} = \nabla \times [0, 0, A_z] = \left[\frac{\partial A_z}{\partial y}, -\frac{\partial A_z}{\partial x}, 0 \right]$$

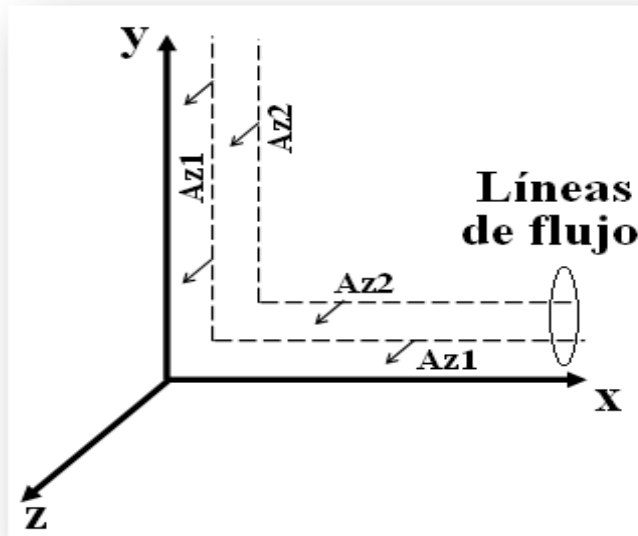


Figura 2.5 Líneas equipotenciales de flujo magnético en el plano (x, y) (Adaptada de [32]).

2.4.2 Flujo magnético y enlaces de flujo

El flujo magnético a través de una superficie S , orientado por el vector unitario normal \vec{n} esta dado por:

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS = L \int_l \vec{B} \cdot \vec{n} dl \quad (2.32)$$

En problemas en 2D, la integral de superficie es reducida al cálculo de una integral de línea. El flujo magnético es calculado por la integración de la componente normal de la densidad de flujo a lo largo del contorno l multiplicada por la longitud L del modelo, como se observa en la figura 2.6.

Aplicando el teorema de Stokes [31, 33], el flujo magnético puede ser obtenido por la integral de contorno cerrado del potencial vectorial magnético \vec{A} a lo largo de la línea cerrada l que rodea a la superficie S , lo cual es dado por:

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} \, dS = \int_S (\nabla \times \vec{A}) \cdot \vec{n} \, dS = \oint_l \vec{A} \cdot \vec{t} \, dl \quad (2.33)$$

En 2D y coordenadas cartesianas $\vec{A} = A_z$, la diferencia de \vec{A} entre 2 puntos es igual al flujo (por unidad de profundidad) entre esos dos puntos. Refiriéndose a la figura 2.7 se observa que la integral de línea es nula a lo largo de los segmentos $\overline{1'2'}$ y $\overline{21}$ debido a que el potencial es perpendicular a los segmentos. A lo largo de las otras dos líneas, las cuales tienen longitud igual a L y son paralelas a \vec{A} , el valor de A_z es constante.

Entonces, el flujo magnético queda expresado como:

$$\Phi = (A_{z1} - A_{z2})L \quad (2.34)$$

Si un grupo de conductores ocupan una sección transversal S_{Cu} , es conveniente considerar el valor promedio del potencial vectorial magnético A_z sobre la superficie ocupada por los mismos, lo cual es expresado como:

$$\Phi = \frac{L}{S_{Cu}} \left(\int_{S_{Cu+}} A_z \, dS - \int_{S_{Cu-}} A_z \, dS \right) \quad (2.35)$$

S_{Cu+} y S_{Cu-} son las superficies ocupadas por los conductores, orientadas positiva y negativamente.

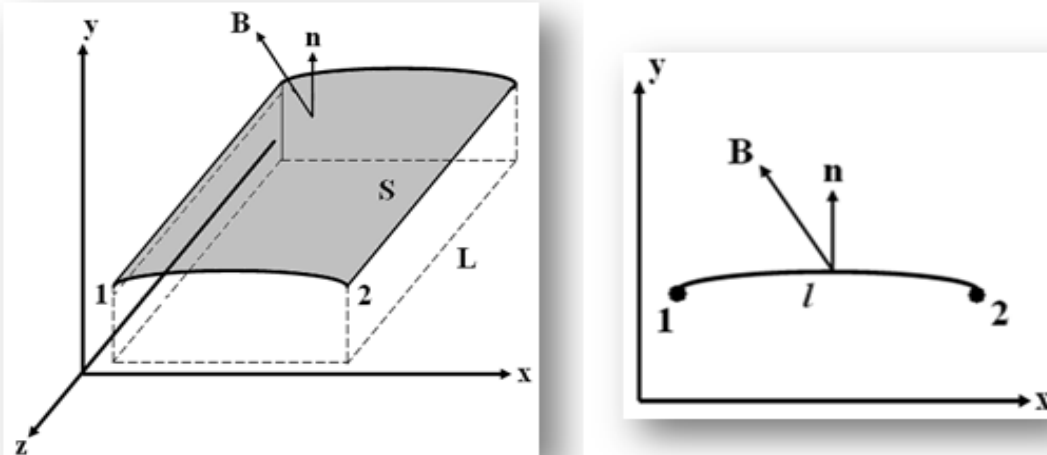


Figura 2.6 Integral de superficie en un problema en 2D (Adaptada de [33]).

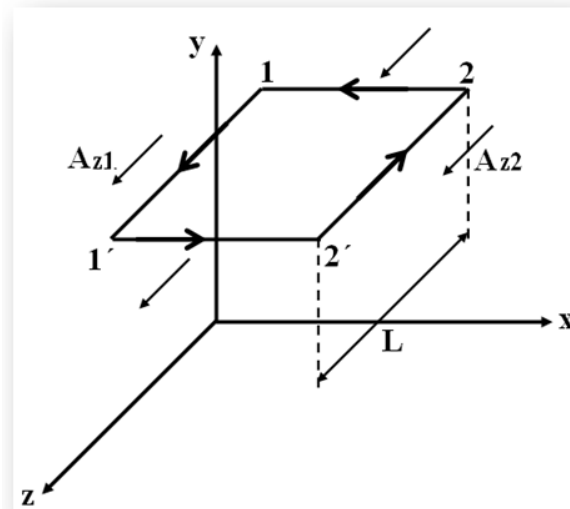


Figura 2.7 Cálculo de flujo magnético Φ por medio de A_z (Adaptada de [33]).

Si se considera que la corriente es distribuida uniformemente sobre la superficie de los conductores, el flujo enlazado Λ es obtenido al multiplicar el flujo magnético, ecuación (2.35) por el número de vueltas N que enlazan al flujo, lo cual es expresado como:

$$ENLFLUX = \Lambda = N\Phi \quad (2.36)$$

2.4.3 Inductancia por enlaces de flujo

La inductancia de un circuito o devanado del generador puede ser calculada a partir de los enlaces de flujo de la siguiente manera:

- a) Inductancia propia.

$$L_{ii} = \frac{\Lambda_i}{I_i} \quad (2.37)$$

- b) Inductancia mutua.

$$L_{ij} = \frac{\Lambda_i}{I_j} \quad (2.38)$$

CAPÍTULO 3:

MODELO MATEMÁTICO DEL GENERADOR SÍNCRONO EN ESTADO PERMANENTE

3.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se presenta una descripción general de la teoría y modelado matemático del generador síncrono en estado permanente. Se plantean las ecuaciones que rigen su comportamiento en los marcos de referencia abc y dq.

Se definen además, las ecuaciones que describen los perfiles de inductancia propia y mutua de y entre cada uno de los devanados del generador.

3.2 DESCRIPCIÓN FÍSICA DEL GENERADOR SÍNCRONO

El generador síncrono está compuesto de una parte fija llamada *estator* y de una parte giratoria llamada *rotor*. Ambas partes son construidas con materiales magnéticos para conducir el flujo magnético y tienen devanados que son utilizados para portar corriente eléctrica.

El devanado del rotor es conocido como devanado magnetizante o de campo, es alimentado con corriente directa y es quien produce el flujo magnético principal de la máquina. El rotor gira a una velocidad angular mecánica constante ω_m ó velocidad angular eléctrica $\omega = P\omega_m$, dando origen a un campo magnético rotatorio. P corresponde al número de pares de polos de la máquina.

El devanado del estator conocido como devanado de armadura, enlaza el flujo magnético variable por lo que una tensión o fuerza electromotriz (fem) variable es inducida. Las tres fases del devanado (a, b, c) están separadas entre sí 120 grados eléctricos.

La figura 3.1 muestra la estructura de un generador síncrono de dos polos. El eje polar se localiza a la mitad del polo del rotor y es llamado eje directo o eje d. El eje interpolar se encuentra 90 grados eléctricos delante del eje d con respecto a la dirección de rotación y es conocido como eje de cuadratura o eje q.

Los devanados de fase en el estator se muestran como devanados concentrados de una sola vuelta en la figura 3.1 y son identificados por el eje normal al devanado mismo.

La posición del rotor con respecto al estator es medida por el ángulo eléctrico θ , entre el eje polar y el eje de la fase a. El ángulo $\theta = P\theta_m$ donde θ_m corresponde al ángulo mecánico entre rotor y estator [33, 34, 35, 36, 37, 38, 39].

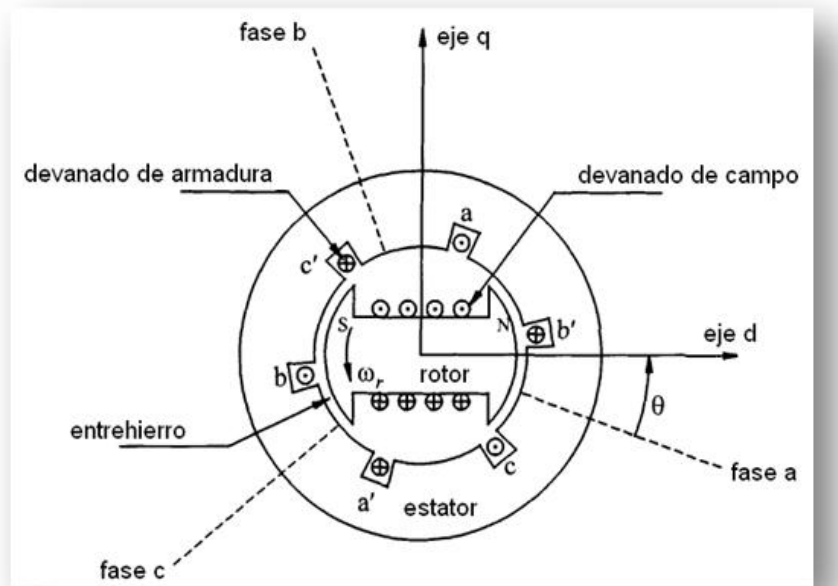


Figura 3.1 Esquema de un generador síncrono trifásico (Adaptado de [34]).

Si los devanados de armadura se encuentran en circuito abierto no fluye en ellos corriente eléctrica, la fem inducida puede ser medida en las terminales de dichos devanados descrita por la ecuación (2.11) y es conocida como tensión en vacío o sin carga del generador.

Por otro lado, cuando los devanados de armadura son conectados a una carga entonces fluye una corriente variable con la misma frecuencia que la fem inducida. Las corrientes en los devanados producen un campo magnético que gira a la misma velocidad que el rotor, conocida como velocidad síncrona. La conversión de energía electromecánica es obtenida por la interacción entre los campos magnéticos del rotor y estator [30, 33, 34, 39].

3.3 MODELO MATEMÁTICO DEL GENERADOR SÍNCRONO EN ESTADO PERMANENTE

En el desarrollo de las ecuaciones que describen el modelo del generador, son tomadas en cuenta las siguientes consideraciones [34, 35]:

- a) Los devanados del estator son distribuidos senoidalmente a lo largo del entrehierro.
- b) Las ranuras del estator no provocan una variación importante de las inductancias del rotor con la posición del mismo.
- c) La histéresis magnética es despreciable.
- d) Los efectos de saturación magnética son despreciados.

Las ecuaciones de la máquina serán desarrolladas en estado permanente, desde el punto de vista de circuitos acoplados y considerando una relación lineal entre flujos y corrientes. Adoptando la convención generador para las polaridades se pueden escribir las ecuaciones de voltaje para los circuitos del estator asumiendo que la dirección positiva de las corrientes es hacia afuera de la máquina, mientras que en los circuitos del rotor la dirección positiva de la corriente es hacia dentro de la máquina [34, 36].

3.3.1 Ecuaciones de la máquina en el marco de referencia abc

- a) Ecuaciones de voltaje en los circuitos del estator.

$$E_a = \frac{d\Lambda_a}{dt} - R_a I_a \quad (3.1)$$

$$E_b = \frac{d\Lambda_b}{dt} - R_a I_b \quad (3.2)$$

$$E_c = \frac{d\Lambda_c}{dt} - R_a I_c \quad (3.3)$$

- b) Ecuaciones de enlaces de flujo en los circuitos del estator.

$$\Lambda_a = -L_{aa}I_a - L_{ab}I_b - L_{ac}I_c + L_{afd}I_{fd} \quad (3.4)$$

$$\Lambda_b = -L_{ba}I_a - L_{bb}I_b - L_{bc}I_c + L_{bfd}I_{fd} \quad (3.5)$$

$$\Lambda_c = -L_{ca}I_a - L_{cb}I_b - L_{cc}I_c + L_{cfd}I_{fd} \quad (3.6)$$

- c) Ecuación de voltaje en el circuito del rotor.

$$E_{fd} = \frac{d\Lambda_{fd}}{dt} + R_{fd}I_{fd} \quad (3.7)$$

- d) Ecuación de enlaces de flujo en el circuito del rotor.

$$\Lambda_{fd} = L_{ffd}I_{fd} - L_{afd} \left[I_a \cos\theta + I_b \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + I_c \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right] \quad (3.8)$$

3.3.2 Inductancias de los circuitos del generador

Como se definió en la ecuación (2.37), la inductancia es igual al flujo enlazado por unidad de corriente como:

$$L = \frac{\Lambda}{I} = \frac{N\Phi}{I} \quad (3.9)$$

Mientras que el flujo magnético puede ser expresado por:

$$\Phi = (fmm)P = NIP \quad (3.10)$$

Sustituyendo la ecuación (3.10) en la (3.9) se obtiene la inductancia en función de la permeancia P del circuito magnético expresado por la siguiente ecuación:

$$L = N^2P \quad (3.11)$$

En un circuito magnético lineal la inductancia varía directamente proporcional a la permeancia P del circuito.

En un generador síncrono las inductancias de los circuitos del estator varían con la posición del rotor debido a la variación en la permeancia de la trayectoria del flujo magnético ocasionada por la no uniformidad del entrehierro. El flujo producido por el devanado del estator sigue una trayectoria a través del hierro del estator, del entrehierro, del hierro del rotor y regresa a través del entrehierro. La variación en la permeancia de esta trayectoria con respecto a la posición del rotor puede ser aproximada por [30, 34, 36]:

$$P = P_0 + P_2 \cos 2\alpha \quad (3.12)$$

La variación de doble frecuencia es debido a que la permeancia de los polos norte y sur es la misma, mientras que el ángulo α es la distancia angular desde el eje d a lo largo de la periferia del generador, como se observa en la figura 3.2.

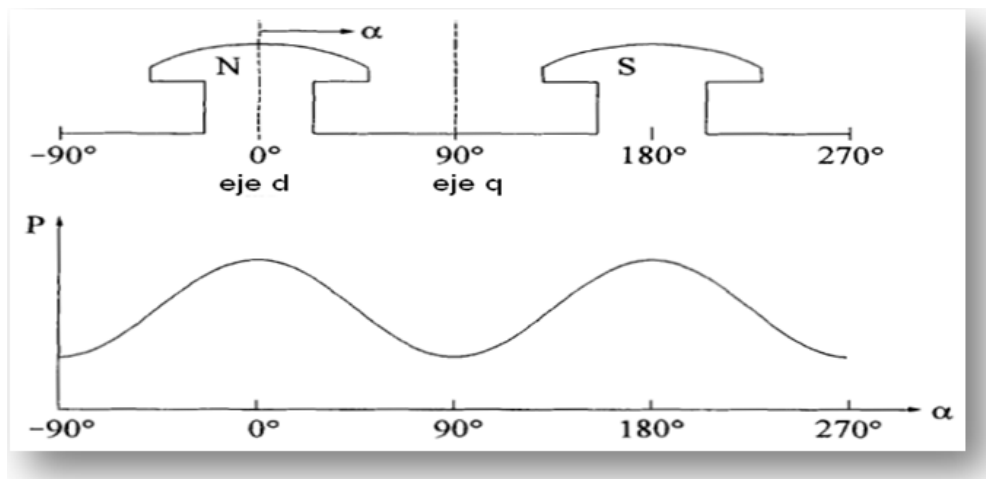


Figura 3.2 Variación de la permeancia respecto a la posición del rotor (Adaptado de [34]).

3.3.2.1 Inductancias propias

a) Inductancias propias de los circuitos del estator.

Las inductancias propias de los circuitos del estator son descritas por las ecuaciones (3.13)-(3.15), en la figura 3.3 se muestra la variación de la inductancia de la fase a.

$$L_{aa} = L_{aa0} + L_{aa2} \cos 2\theta \quad (3.13)$$

$$L_{bb} = L_{aa0} + L_{aa2} \cos 2\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (3.14)$$

$$L_{cc} = L_{aa0} + L_{aa2} \cos 2\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (3.15)$$

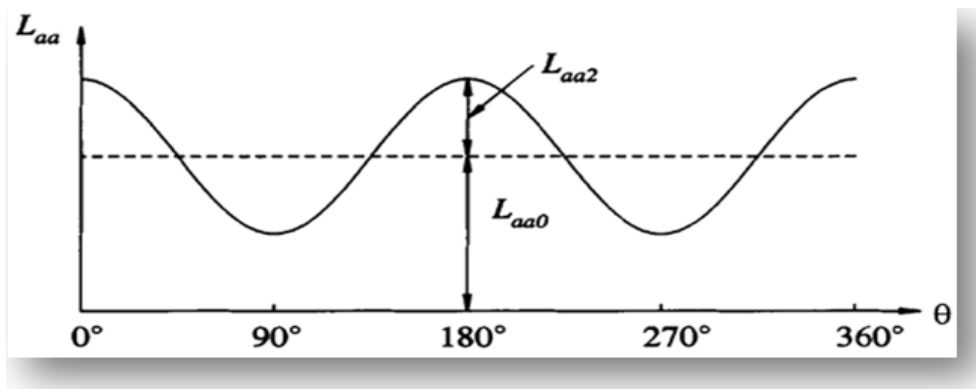


Figura 3.3 Variación de la inductancia propia de una fase del estator (Adaptado de [34]).

b) Inductancia propia del circuito del rotor.

Despreciando la variación de la permeancia debido a las ranuras del estator, el circuito del rotor ve una permeancia constante a lo largo de la trayectoria que sigue el flujo magnético a través de la máquina, por lo que la inductancia propia del devanado de campo es constante:

$$L_{ffa} = cte \quad (3.16)$$

3.3.2.2 Inductancias mutuas

a) Inductancias mutuas entre circuitos del estator.

La inductancia mutua entre dos circuitos del estator también presenta una variación de doble frecuencia debido a la forma del rotor, figura 3.4. La inductancia mutua entre dos circuitos del estator siempre es negativa y tiene su mayor valor absoluto cuando los polos norte y sur se encuentran equidistantes desde el centro de los devanados considerados, por ejemplo la inductancia L_{ab} tiene su máximo valor absoluto cuando $\theta = -30^\circ e$ ó $\theta = 150^\circ e$.

Las inductancias mutuas son expresadas como:

$$L_{ab} = L_{ba} = -L_{ab0} - L_{ab2} \cos \left(2\theta + \frac{\pi}{3} \right) \quad (3.17)$$

$$L_{bc} = L_{cb} = -L_{ab0} - L_{ab2} \cos \left(2\theta - \pi \right) \quad (3.18)$$

$$L_{ca} = L_{ac} = -L_{ab0} - L_{ab2} \cos \left(2\theta - \frac{\pi}{3} \right) \quad (3.19)$$

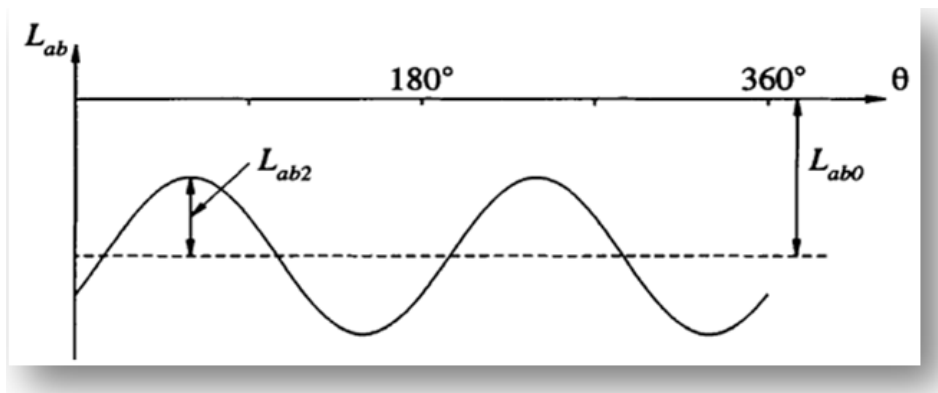


Figura 3.4 Variación de la inductancia mutua entre dos devanados del estator (Adaptado de [34]).

b) Inductancias mutuas entre circuitos del estator y del rotor.

Si se desprecia la variación de la permeancia debida a las ranuras del estator, el circuito del rotor ve una permeancia constante, sin embargo la inductancia mutua entre un circuito del estator y uno del rotor presenta una variación debida al movimiento relativo entre los devanados. Cuando un devanado del estator está alineado con el devanado del rotor, el enlace de flujo entre ambos devanados es máximo y por lo tanto la inductancia es máxima, mientras que cuando los devanados están desplazados $90^\circ e$, no hay flujo enlazado entre los circuitos y la inductancia mutua es cero.

Las inductancias mutuas entre el devanado de campo y los devanados de la armadura se definen como:

$$L_{afd} = L_{afd} \cos \theta \quad (3.20)$$

$$L_{bfd} = L_{afd} \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \quad (3.21)$$

$$L_{cfd} = L_{afd} \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \quad (3.22)$$

Sustituyendo las ecuaciones respectivas de las inductancias propias y mutuas de y entre los circuitos del generador en las ecuaciones de enlaces de flujo (3.4)-(3.6) se obtiene:

$$\begin{aligned} \Lambda_a = & -I_a[L_{aa0} + L_{aa2} \cos 2\theta] + I_b \left[L_{ab0} + L_{ab2} \cos \left(2\theta + \frac{\pi}{3} \right) \right] \\ & + I_c \left[L_{ab0} + L_{ab2} \cos \left(2\theta - \frac{\pi}{3} \right) \right] + I_{fd} [L_{afd} \cos \theta] \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} \Lambda_b = & I_a \left[L_{ab0} + L_{ab2} \cos \left(2\theta + \frac{\pi}{3} \right) \right] - I_b \left[L_{aa0} + L_{aa2} \cos 2 \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \right] \\ & + I_c [L_{ab0} + L_{ab2} \cos(2\theta - \pi)] + I_{fd} \left[L_{afd} \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} \Lambda_c = & I_a \left[L_{ab0} + L_{ab2} \cos \left(2\theta - \frac{\pi}{3} \right) \right] + I_b [L_{ab0} + L_{aa2} \cos(2\theta - \pi)] \\ & - I_c \left[L_{aa0} + L_{aa2} \cos 2 \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right] + I_{fd} \left[L_{afd} \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.25)$$

Las ecuaciones (3.1)-(3.3) y (3.7) junto con las ecuaciones (3.8) y (3.23)-(3.25) asociadas con los circuitos del estator y del rotor describen el comportamiento del generador síncrono en estado permanente.

3.3.3 Ecuaciones de la máquina en el marco de referencia dq

Debido a que las ecuaciones que describen el comportamiento del generador síncrono involucran términos de inductancias que varían con la posición del rotor y por lo tanto varían en el tiempo, el análisis de la máquina es simplificado utilizando un cambio de variables para las cantidades eléctricas tales como corrientes, voltajes y enlaces de flujo. Este cambio de variables se hace mediante la transformación de Park [34].

El significado físico de esta transformación es el reemplazo de los tres devanados de fase, fijos en el estator y desplazados $120^\circ e$, con dos devanados ficticios girando a la misma velocidad del rotor, desplazados entre ellos $90^\circ e$, con sus ejes correspondientes a los ejes d y q respectivamente. La transformación no tiende a modificar las cantidades magnéticas en el entrehierro de la máquina, por lo tanto se mantienen sin cambio la fuerza magnetomotriz fmm y la distribución de la densidad de flujo magnético \bar{B} [33, 34].

Por lo tanto, un observador ubicado en el rotor no podría notar si el estator es alimentado por tres devanados estacionarios abc, o por dos devanados giratorios dq.

3.3.3.1 Transformación de Park

Las tres corrientes I_a , I_b e I_c que fluyen en un devanado trifásico dan origen a un conjunto trifásico de fuerzas magnetomotrices (fmm) f_a , f_b y f_c que son distribuidas en el entrehierro con su valor máximo a lo largo del eje de las fases respectivas.

La fmm resultante de esta distribución puede ser separada en dos fmm f_d y f_q convenientemente distribuidas a lo largo de los ejes d y q de la máquina. La transformación requerida para obtener f_d y f_q a partir de f_a , f_b y f_c es conocida comúnmente como transformación de Park [33, 34] y es expresada por:

$$f_d = \frac{2}{3} \left[f_a \cos \theta + f_b \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + f_c \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \quad (3.26)$$

$$f_q = -\frac{2}{3} \left[f_a \sen \theta + f_b \sen \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + f_c \sen \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \quad (3.27)$$

Y expresada en notación vectorial:

$$\begin{bmatrix} f_d \\ f_q \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ -\sen \theta & -\sen \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & -\sen \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

La ecuación transformación de Park (3.28) es indicada de manera compacta por $T_{abc/dq}$ y es aplicable tanto a corrientes, voltajes y enlaces de flujo descritos anteriormente para la máquina síncrona trifásica.

3.3.3.2 Ecuaciones de enlaces de flujo en el estator y rotor

Aplicando la transformación de Park $T_{abc/dq}$ a las corrientes y enlaces de flujo de las ecuaciones (3.23)-(3.25) y reduciendo términos, se obtienen las expresiones para los enlaces de flujo en el marco de referencia dq del generador en estado permanente.

$$\Lambda_d = - \left(L_{aa0} + L_{ab0} + \frac{3}{2} L_{aa2} \right) I_d + L_{afd} I_{fd} \quad (3.29)$$

$$\Lambda_q = - \left(L_{aa0} + L_{ab0} - \frac{3}{2} L_{aa2} \right) I_q \quad (3.30)$$

A partir de las ecuaciones anteriores, se definen las siguientes inductancias:

$$L_d = L_{aa0} + L_{ab0} + \frac{3}{2} L_{aa2} \quad (3.31)$$

$$L_q = L_{aa0} + L_{ab0} - \frac{3}{2} L_{aa2} \quad (3.32)$$

Las inductancias propias L_d y L_q son asociadas con los enlaces de flujo provocados por I_d e I_q respectivamente y pueden ser expresadas de la siguiente manera:

$$L_d = L_{ad} + L_l \quad (3.33)$$

$$L_q = L_{aq} + L_l \quad (3.34)$$

Donde L_{ad} es la inductancia mutua entre el devanado del eje d y el devanado del rotor provocada por el flujo que enlaza al circuito del rotor, mientras que L_l es la inductancia de dispersión debida al flujo que no enlaza al circuito del rotor.

Sustituyendo las expresiones anteriores en las ecuaciones (3.29) y (3.30) se obtiene:

$$\Lambda_d = -L_d I_d + L_{afd} I_{fd} \quad (3.35)$$

$$\Lambda_q = -L_q I_q \quad (3.36)$$

La importancia fundamental de aplicar la transformación en las ecuaciones anteriores se puede observar directamente en las dos últimas expresiones, en ellas se entiende que las componentes de las corrientes del estator y del rotor se relacionan a través de inductancias constantes, se ha eliminado entonces la dependencia de las inductancias del estator con la posición del rotor.

La ecuación de enlaces de flujo en el rotor en componentes dq se obtiene mediante la sustitución de las expresiones para I_d e I_q desde la transformación $T_{abc/dq}$ en la ecuación (3.8)

$$\Lambda_{fd} = L_{ffd} I_{fd} - \frac{3}{2} L_{afd} I_d \quad (3.37)$$

3.3.3.3 Ecuaciones de voltaje en los circuitos del estator y rotor

La ecuación de voltaje en el rotor sigue siendo la ecuación (3.7)

$$E_{fd} = \frac{d\Lambda_{fd}}{dt} + R_{fd} I_{fd}$$

Las ecuaciones (3.1)-(3.3) son las ecuaciones básicas de los voltajes instantáneos de fase en términos de enlaces de flujo y corrientes, al aplicarles la transformación $T_{abc/dq}$ se obtienen las siguientes expresiones en términos de componentes dq.

$$E_d = -\omega \Lambda_q - R_a I_d \quad (3.38)$$

$$E_q = \omega \Lambda_d - R_a I_q \quad (3.39)$$

El término ω en las ecuaciones anteriores, representa la velocidad angular del rotor en radianes eléctricos por segundo, para un sistema con una frecuencia de 60 Hz y bajo condiciones en estado permanente se tiene:

$$\omega = \omega_r = \omega_s = 2\pi f = 377 \frac{\text{rad elec}}{\text{s}} \quad (3.40)$$

Donde ω_s representa la velocidad síncrona del generador.

3.4 SISTEMA DE ECUACIONES EN POR UNIDAD

Una cantidad en por unidad ofrece simplicidad para realizar los cálculos necesarios en cualquier análisis y es definida por:

$$\text{cantidad en pu} = \frac{\text{cantidad real}}{\text{cantidad base}} \quad (3.41)$$

Si los valores base son elegidos iguales a los valores de las variables principales del problema en cuestión, éstas tendrán valores iguales a uno en por unidad en condiciones nominales.

En este trabajo se utiliza el sistema en por unidad $L_{ad\ base\ reciproca}$ descrito con detalle en [34, 35, 36]. Aquí sólo se presentan las ecuaciones necesarias para el análisis en por unidad del generador en estado permanente.

3.4.1 Cantidades base

a) Valores base para el estator.

$$VA_{3\phi\ base} = VA_{nom} (VA) \quad (3.42)$$

$$e_{s\ base\ (pico)} = \text{voltaje nominal pico de fase a neutro (V)} \quad (3.43)$$

$$E_{s\ base\ (rms)} = \text{voltaje nominal rms de fase a neutro (V)} \quad (3.44)$$

$$i_{s\ base\ (pico)} = \text{corriente de línea pico} = \frac{VA_{3\phi\ base}}{(3/2)e_{s\ base\ (pico)}} (A) \quad (3.45)$$

$$I_{s\ base\ (rms)} = \text{corriente de línea rms (A)} \quad (3.46)$$

$$f_{base} = \text{frecuencia nominal (Hz)} \quad (3.47)$$

$$Z_{s\ base} = \frac{e_{s\ base\ (pico)}}{i_{s\ base\ (pico)}} (\Omega) \quad (3.48)$$

$$\omega_{base} = 2\pi f_{base} \left(\frac{\text{rad e}}{\text{s}}\right) \quad (3.49)$$

$$\omega_{m\ base} = \omega_{base} \frac{2}{P_f} \left(\frac{rad\ m}{s} \right) \quad (3.50)$$

$$L_{s\ base} = \frac{Z_{s\ base}}{\omega_{base}} (H) \quad (3.51)$$

$$\Lambda_{s\ base} = L_{s\ base} i_{s\ base\ (pico)} (Wb\ vuelta) \quad (3.52)$$

b) Valores base para el rotor

$$i_{fd\ base} = \frac{L_{ad}}{L_{afd}} i_{s\ base} (A) \quad (3.53)$$

$$e_{fd\ base} = \frac{V_{A3\phi\ base}}{i_{fd\ base}} (V) \quad (3.54)$$

$$Z_{fd\ base} = \frac{e_{fd\ base}}{i_{fd\ base}} (\Omega) \quad (3.55)$$

$$L_{fd\ base} = \frac{Z_{fd\ base}}{\omega_{base}} (H) \quad (3.56)$$

$$t_{base} = \frac{1}{\omega_{base}} (s) \quad (3.57)$$

Con el sistema en por unidad $L_{ad\ base}$ *reciproca* las inductancias mutuas son iguales:

$$L_{afd} = L_{fda} = L_{ad} \quad (3.58)$$

Si la frecuencia del sistema es considerada como frecuencia base, entonces los valores en por unidad de inductancia y reactancia son iguales; $X_d = L_d$ por ejemplo.

3.4.2 Ecuaciones de la máquina en por unidad en estado permanente

El siguientes grupo de ecuaciones describen el comportamiento de la máquina síncrona en estado permanente, las ecuaciones son expresadas en por unidad en base al sistema $L_{ad\ base}$ *reciproca* descrito anteriormente.

$$E_d = -\omega\Lambda_q - R_a I_d \quad pu \quad (3.59)$$

$$E_q = \omega\Lambda_d - R_a I_q \quad pu \quad (3.60)$$

$$E_{fd} = R_{fd} I_{fd} \quad pu \quad (3.61)$$

$$\Lambda_d = -L_d I_d + L_{ad} I_{fd} \quad pu \quad (3.62)$$

$$\Lambda_q = -L_q I_q \quad pu \quad (3.63)$$

$$\Lambda_{fd} = L_{ffd} I_{fd} - L_{ad} I_d \quad pu \quad (3.64)$$

Las ecuaciones en por unidad tienen la misma estructura que las ecuaciones en el marco dq por lo que no se hace uso de alguna notación especial, excepto indicar que son expresadas en pu.

CAPÍTULO 4:

ANÁLISIS DEL GENERADOR SÍNCRONO DE POLOS SALIENTES EN ESTADO PERMANENTE MEDIANTE EL MEF

4.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se analiza a través de simulaciones en dos dimensiones, un generador síncrono de polos salientes con conexión Y-Serie mediante el método de elemento finito aplicado a través del software COMSOL® [40].

Se realizaron dos tipos de simulaciones para analizar el comportamiento del generador síncrono:

- a) Simulaciones en el dominio del tiempo para calcular las inductancias de los devanados del generador en el marco de referencia natural abc y para analizar el comportamiento del generador cuando está conectado a una carga con factor de potencia atrasado.
- b) Simulaciones magnetostáticas para determinar los valores de inductancia de los devanados del generador en el marco de referencia dq tomando en cuenta la saturación de los materiales magnéticos y las condiciones de frontera. A partir de los resultados se presenta un perfil de la variación de la reactancia síncrona en eje d y en eje q, también se reproduce la curva de tensión en circuito abierto del generador.

4.2 DATOS DE DISEÑO ELÉCTRICO DEL GENERADOR

El generador síncrono de polos salientes utilizado en el desarrollo de este trabajo cuenta con las especificaciones eléctricas y geométricas dadas en las tablas 4.1 y 4.2 además de datos técnicos de pruebas de laboratorio en las que destacan la prueba de circuito abierto y la prueba de corto circuito efectuadas al generador en los años 1988 y 1989. Tales especificaciones fueron proporcionadas por el *Instituto de Investigaciones Eléctricas (IIE) a través de la Gerencia de Equipos Eléctricos*, [41].

Tabla 4.1 Especificaciones eléctricas del generador [41].

Capacidad nominal	625 kVA
Factor de potencia sobrecargado	0.8
Potencia activa continua	500 kW
Velocidad síncrona	1800 rpm
Número de polos	4
Número de fases	3
Frecuencia	60 Hz
Tensión nominal	440/220 V
Corriente nominal	820/1640 A

Tabla 4.2 Especificaciones geométricas del generador [41].

Estator		Rotor	
Material	Lámina de acero al silicio 0.5mm	Material	Lámina de acero al carbono rolada en frío
Diámetro exterior	25"	Ancho de la zapata	8.5"
Diámetro interior	17"	Altura de la zapata	1.5"
Longitud total	19"	Ancho del núcleo	4.75"
Entrehierro	0.25"	Altura del núcleo	2.625
Número de ranuras	60	Longitud del polo	19"
Ancho de la ranura	0.55"	Radio de curvatura	8.25"
Profundidad de la ranura	1.75"	Diámetro de flecha	5.25"
Espiras por bobina	2	Espiras por bobina	135
Subconductores por espira	4	Ancho del conductor	0.257"
Conexión de bobinas	"Y" SER-PAR	Conductores a lo ancho	9
Bobinas por polo y por fase	5	Espesor del conductor	0.085"
Bobinas totales por fase	20	Conductores en profundidad	15
Paso de bobina	1-10	Barras amortiguadoras	36, 9/polo
		Diámetro de barras	0.25"
		Paso de barras"	1"
		Anillo de corto circuito	0.187x0.5x7.5"

Al no contar con los datos específicos de las curvas de saturación para los materiales magnéticos del estator y rotor, se obtuvieron las curvas correspondientes de la biblioteca de materiales del programa ANSYS® y se muestran en las figuras 4.1 y 4.2 respectivamente.

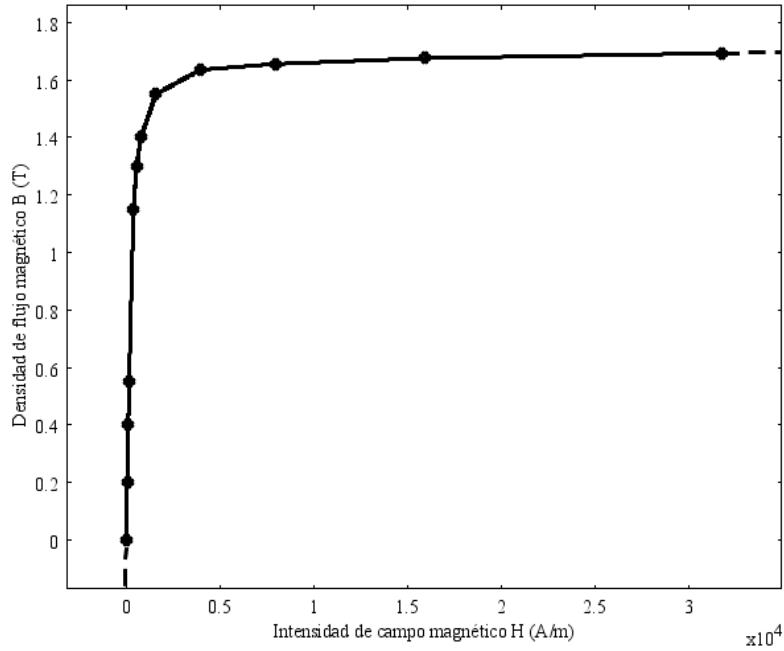


Figura 4.1 Curva de saturación para el estator (lámina de acero al silicio 0.5mm).

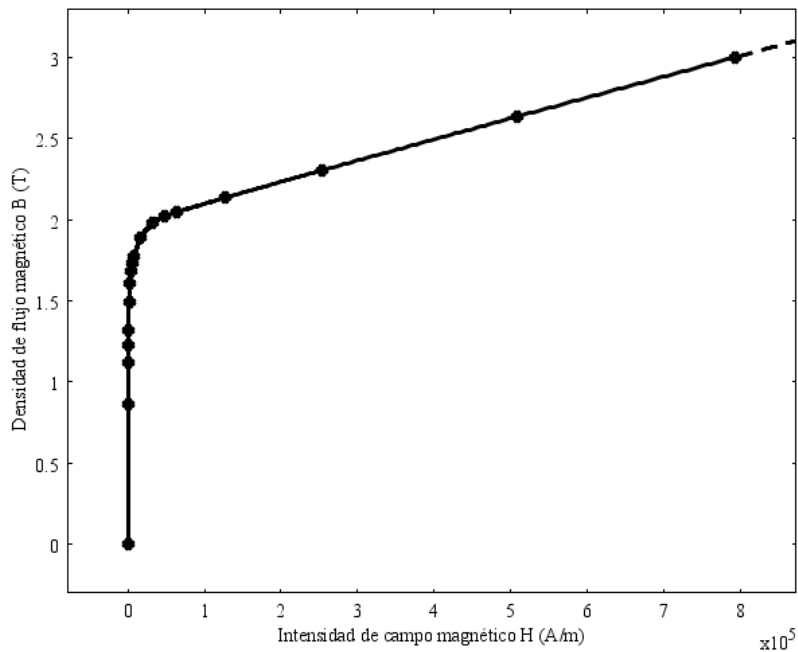


Figura 4.2 Curva de saturación para el rotor (lámina de acero al carbono rolada en frío).

4.3 PROCESO DE ANÁLISIS DEL GENERADOR SÍNCRONO MEDIANTE EL MEF

4.3.1 Procedimiento de análisis.

El análisis del generador síncrono mediante el método de elemento finito se puede resumir en los siguientes puntos.

- a) Dibujar la geometría o modelo a analizar.

Conocer las dimensiones geométricas del modelo es indispensable ya que el MEF utiliza estas dimensiones para encontrar una solución al problema de campo.

- b) Asignar las propiedades características de los materiales que conforman el modelo.

Las características electromagnéticas de los materiales que integran el modelo deben ser especificadas, el MEF considera materiales con características no lineales como los materiales ferromagnéticos utilizados en máquinas eléctricas.

- c) Determinación y asignación de condiciones de frontera.

Las condiciones de frontera correctamente especificadas permiten reducir la complejidad del problema, reduciendo dimensiones y tiempo de cómputo.

- d) Mallado o división de la geometría en elementos finitos.

El mallado del modelo consiste en dividir el dominio completo en un número finito de subdominios, la forma y dimensión de estos elementos finitos depende de las dimensiones del problema de campo.

- e) Solución del problema.

El uso de paquetes computacionales para analizar y resolver problemas por el método de elemento finito permite centrar la atención al análisis del fenómeno en cuestión en vez de enfocarse al planteamiento matemático que puede resultar bastante complejo en la solución del problema.

- f) Posproceso de resultados.

A partir de la solución dada por el programa o software es necesario hacer un posproceso de los resultados obtenidos. El posproceso puede incluir transformaciones matemáticas, realizar gráficas, tablas, etcétera que permitan visualizar adecuadamente los resultados.

4.3.2 Modelos del generador aplicando simetría.

Sin tomar en cuenta el efecto de bordes terminales y considerando que el fenómeno electromagnético en el generador es igual en cada plano (x, y) normal al eje z , se puede suponer una simetría plana lo cual reduce el problema de tres a dos dimensiones, ver figura 4.3 (a).

En el generador existen condiciones de periodicidad entre pares de polos por lo que el estudio del problema de campo puede ser llevado a cabo en un solo par de polos, figura 4.3 (b).

Cabe mencionar que si el número de ranuras es un múltiplo del número de polos (en este caso 60 ranuras y 4 polos) existe simetría entre los polos, lo que implica que el análisis del generador puede ser reducido a tan sólo un polo centrado a lo largo del eje directo (eje d) o del eje de cuadratura (eje q), como se muestra en la figura 4.3 (c) y (d) respectivamente.

Se debe tener atención especial al asignar las condiciones de frontera adecuadas para cada configuración de la figura 4.3, de acuerdo a los objetivos perseguidos en las simulaciones.

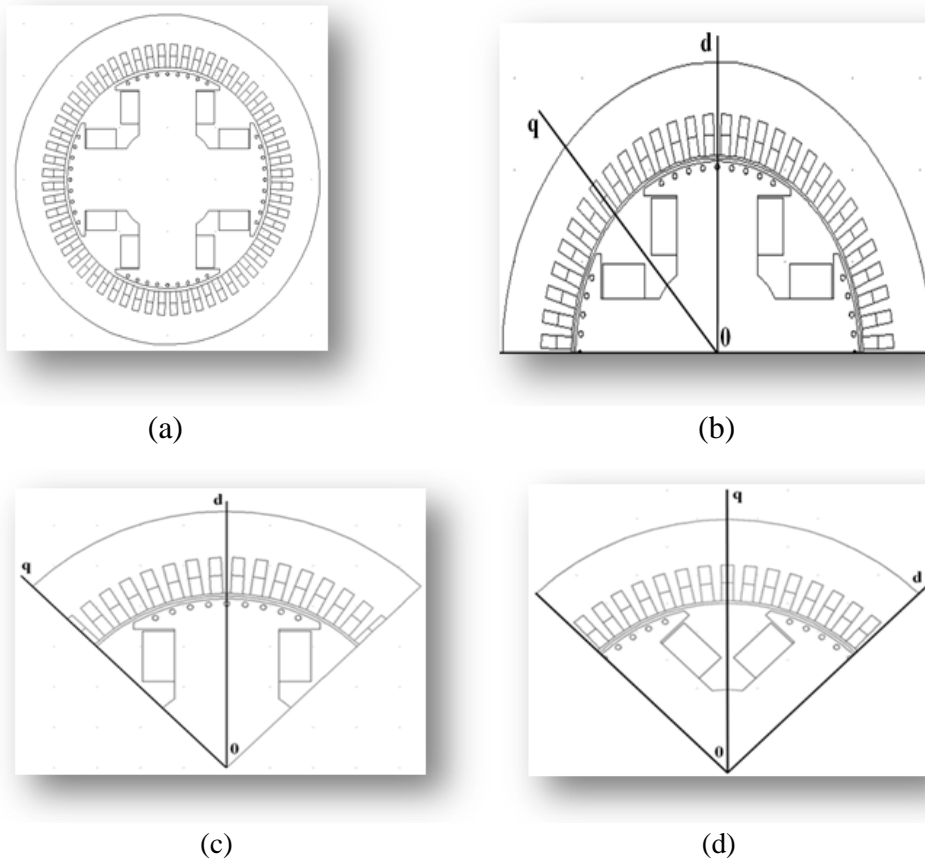


Figura 4.3 Modelo y secciones simétricas del generador síncrono.

4.4 CÁLCULO DE ENLACES DE FLUJO Λ

Una vez que el problema de campo es resuelto y la componente en el eje z del potencial vectorial magnético A_z es conocida en cada punto del dominio, es posible determinar el enlace de flujo en cualquiera de los devanados del generador y calcular las inductancias de los devanados así como las tensiones inducidas.

El valor promedio del potencial vectorial magnético en la i -ésima ranura o subdominio con sección transversal S_q es dado por:

$$A_{z\ prom} = \frac{1}{S_q} \int_{S_q} A_z dS \quad (4.1)$$

Si se considera que n_q es el número de conductores por ranura y que n_{pp} es el número de trayectorias paralelas en un devanado de la máquina, entonces el enlace de flujo en la i -ésima fase del devanado considerando que el dominio de análisis es solamente un polo está dado por, [33]:

$$\Lambda_j = 2PL \frac{n_q}{n_{pp}} \sum_{q=1}^{\frac{Q}{2P}} k_{jq} \frac{1}{S_q} \int_{S_q} A_z dS \quad j = a, b, c \quad (4.2)$$

Donde $2P$ es el número de polos y L es la longitud del arreglo, Q es el número de ranuras del generador por lo que $Q/2P$ es el número de ranuras por polo y finalmente k_{jq} es un coeficiente que toma en cuenta si los conductores en la ranura de interés pertenecen a la fase j , al igual que su orientación. La ecuación (4.2) es aplicable al devanado de campo con ciertas consideraciones, la distribución de los circuitos puede observarse en la figura 4.4.

El coeficiente k_{jq} puede tomar los siguientes valores para el devanado de doble capa (dos lados de bobina en cada ranura).

$k_{jq} = 0$ Si los lados de la bobina en la ranura q no pertenecen a la fase j .

$k_{jq} = +0.5$ Si sólo un lado de bobina en la ranura q pertenece a la fase j y su orientación es positiva con respecto a la dirección del eje z .

$k_{jq} = -0.5$ Si sólo un lado de bobina en la ranura q pertenece a la fase j y su orientación es negativa con respecto a la dirección del eje z .

$k_{jq} = +1$ Si los dos lados de bobina en la ranura q pertenecen a la fase j y su orientación es positiva con respecto a la dirección del eje z .

$k_{jq} = -1$ Si los dos lados de bobina en la ranura q pertenecen a la fase j y su orientación es negativa con respecto a la dirección del eje z .

La magnitud de k_{jq} especifica el llenado relativo de la ranura q por los conductores de la fase j . El signo de k_{jq} considera el signo del producto escalar $\vec{A} \cdot \vec{t}$ de la integral de trayectoria cerrada: el vector \vec{A} tiene solo componente A_z mientras que el vector unitario tangente \vec{t} (el cual define la orientación de la vuelta) coincide con u_z cuando fluye una corriente positiva en la dirección del eje z , o con $-u_z$ cuando la misma corriente positiva fluye en dirección opuesta al eje z . Entonces $\vec{A} \cdot \vec{t} = k_{jq}A_z$ es igual a $+A_z$ o $-A_z$.

La figura 4.4 muestra la distribución física de los devanados del generador, el devanado trifásico del estator es señalado en este caso por A, B y C para identificar los devanados, mientras que el devanado de campo es señalado por FD. En las zapatas de los polos magnéticos se puede observar la distribución de las barras de amortiguamiento con las que cuenta el generador, sin embargo no son tomadas en cuenta en el desarrollo de este trabajo por limitarse al estado permanente.

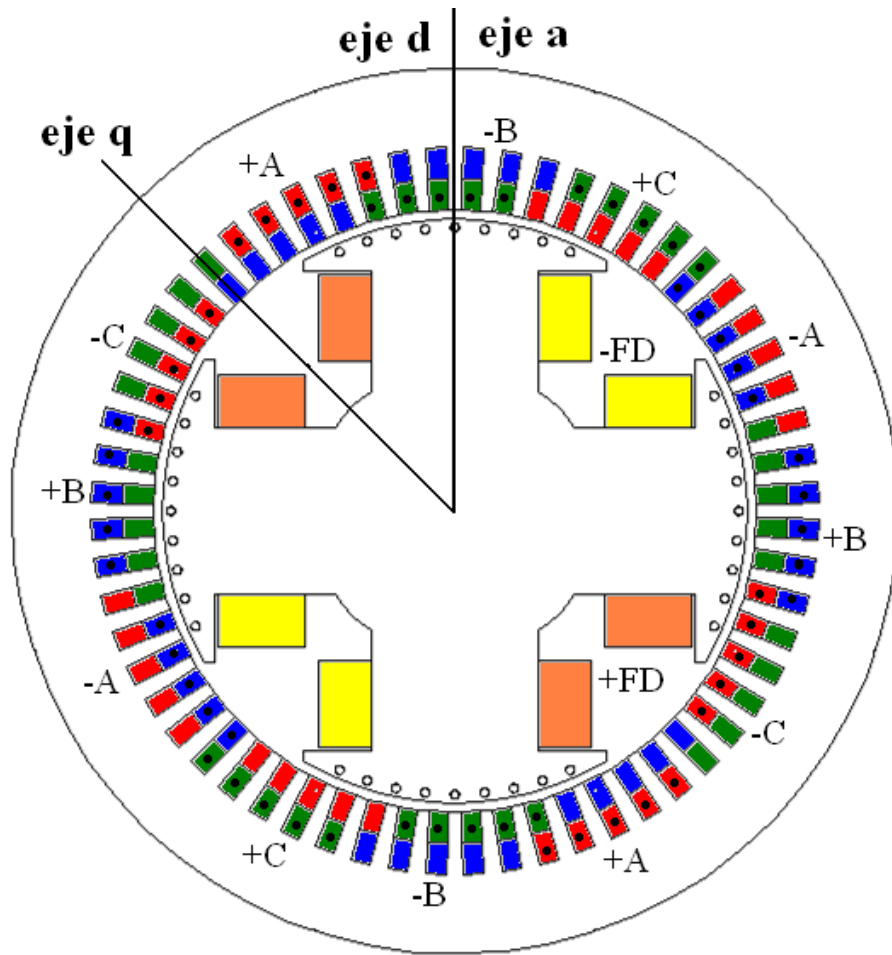


Figura 4.4 Modelo del generador síncrono utilizado.

4.5 CÁLCULO DE INDUCTANCIAS

4.5.1 Ecuación de enlace de flujo modificada

Es importante notar que en la figura 4.4 cada ranura del estator alberga dos bobinas de fases distintas, por lo tanto el coeficiente $k_{jq} = \pm 0.5$, lo cual permitió que la ecuación (4.2) fuera ligeramente modificada con la finalidad de ser aplicada a los devanados del generador por medio de COMSOL®.

En general, refiriéndose a la figura 4.4 la ecuación utilizada en la simulación tiene la siguiente estructura.

$$\Lambda_j = L \frac{N_{bob}}{NPPA} \left[\frac{1}{S_{bob}} (BAP - BAN) \right] \quad (4.3)$$

Donde

L : es la longitud del generador.

N_{bob} : es el número de conductores por bobina.

$NPPA$: es el número de trayectorias paralelas del devanado.

S_{bob} : es la superficie de media ranura o la ocupada por una bobina.

BAP : es la sumatoria de los valores promedio del potencial vectorial magnético en cada media ranura ocupada por la fase j , orientada en dirección positiva respecto al eje z .

BAN : es la sumatoria de los valores promedio del potencial vectorial magnético en cada media ranura ocupada por la fase j , orientada en dirección negativa respecto al eje z .

La ecuación (4.3) es aplicada a cada devanado del generador y toma el valor promedio del potencial vectorial magnético en la sección transversal ocupada por cada bobina de fase, implícitamente va definido el coeficiente k_{jq} de la ecuación (4.2).

4.5.2 Inductancias en el marco de referencia abc

El enlace de flujo Λ_a , Λ_b , Λ_c ó Λ_{fd} puede ser determinado por la ecuación (4.3) al energizar cualquiera de los devanados del generador, por ejemplo el devanado de la fase a , por lo que las inductancias propias y/o mutuas en el marco de referencia natural quedan expresadas como:

$$L_{aa}(\theta) = \frac{\Lambda_a(\theta)}{I_A} \quad (4.4)$$

$$L_{ba}(\theta) = \frac{\Lambda_b(\theta)}{IA} \quad (4.5)$$

$$L_{ca}(\theta) = \frac{\Lambda_c(\theta)}{IA} \quad (4.6)$$

$$L_{fda}(\theta) = \frac{\Lambda_{fd}(\theta)}{IA} \quad (4.7)$$

En la figura 4.4 se observa que el eje d está alineado con el eje de la fase a, entonces el valor inicial del ángulo θ es igual a cero, durante las simulaciones en el dominio del tiempo este ángulo se incrementa gradualmente hasta cubrir 360° o un ciclo eléctrico.

Las siguientes figuras muestran los resultados obtenidos al realizar las simulaciones para calcular las inductancias de los devanados del generador en el marco de referencia abc.

a) Inductancias propias de los devanados del estator.

La distribución de las líneas de flujo magnético en la sección transversal del generador al energizar cualquiera de los devanados de fase (abc) para calcular la inductancia propia del devanado energizado y las inductancias mutuas en los devanados restantes es mostrada en la figura (4.6) mientras que la ecuación que describe la corriente de energización para cada devanado, figura (4.5) es:

$$IA = 100\text{sen}(\omega t + \phi) \quad \text{A} \quad (4.8)$$

$$IB = 100\text{sen}\left(\omega t + \phi - \frac{2\pi}{3}\right) \quad \text{A} \quad (4.9)$$

$$IC = 100\text{sen}\left(\omega t + \phi + \frac{2\pi}{3}\right) \quad \text{A} \quad (4.10)$$

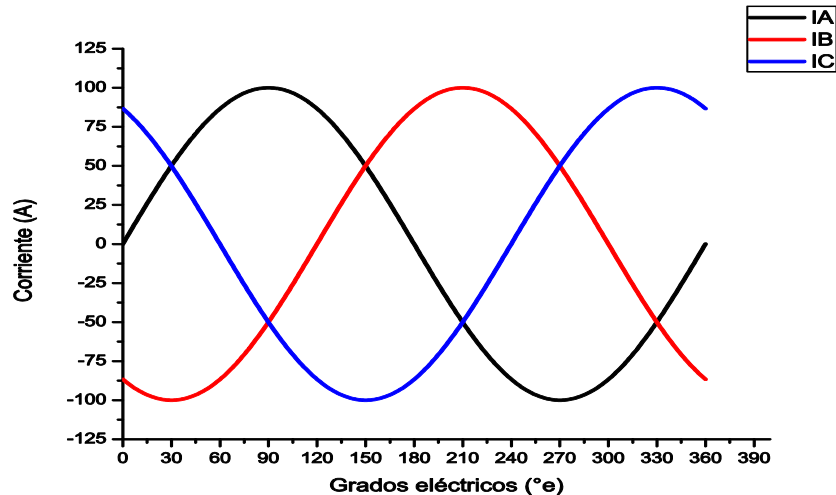


Figura 4.5 Corriente senoidal en los circuitos del estator.

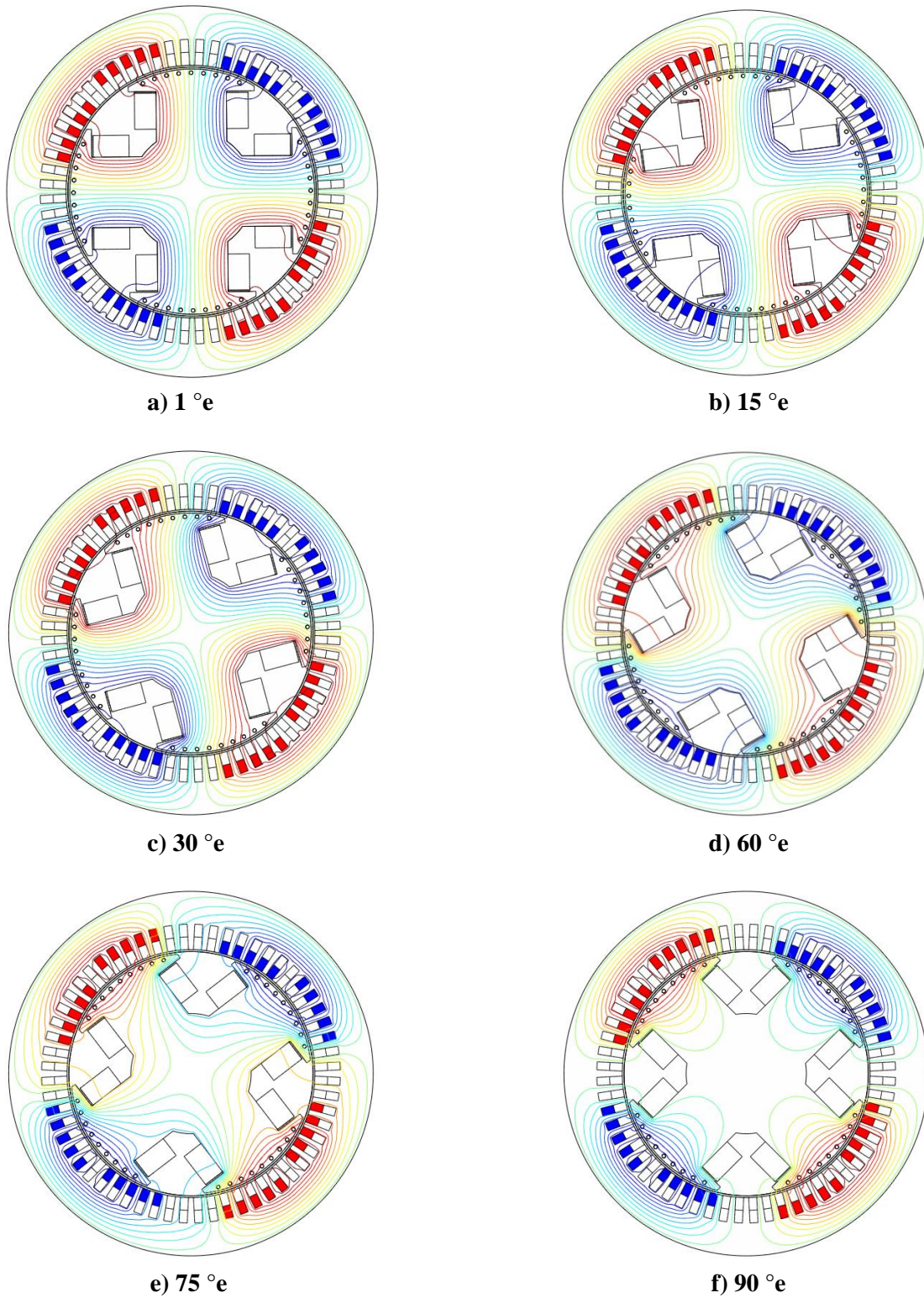


Figura 4.6 Distribución de líneas de flujo magnético durante medio ciclo al energizar un devanado de armadura.

Las inductancias propias de los circuitos del estator son mostradas en la figura 4.7, recordando las ecuaciones de la sección 3.3.2.1 se obtuvieron las ecuaciones que describen las inductancias propias como sigue:

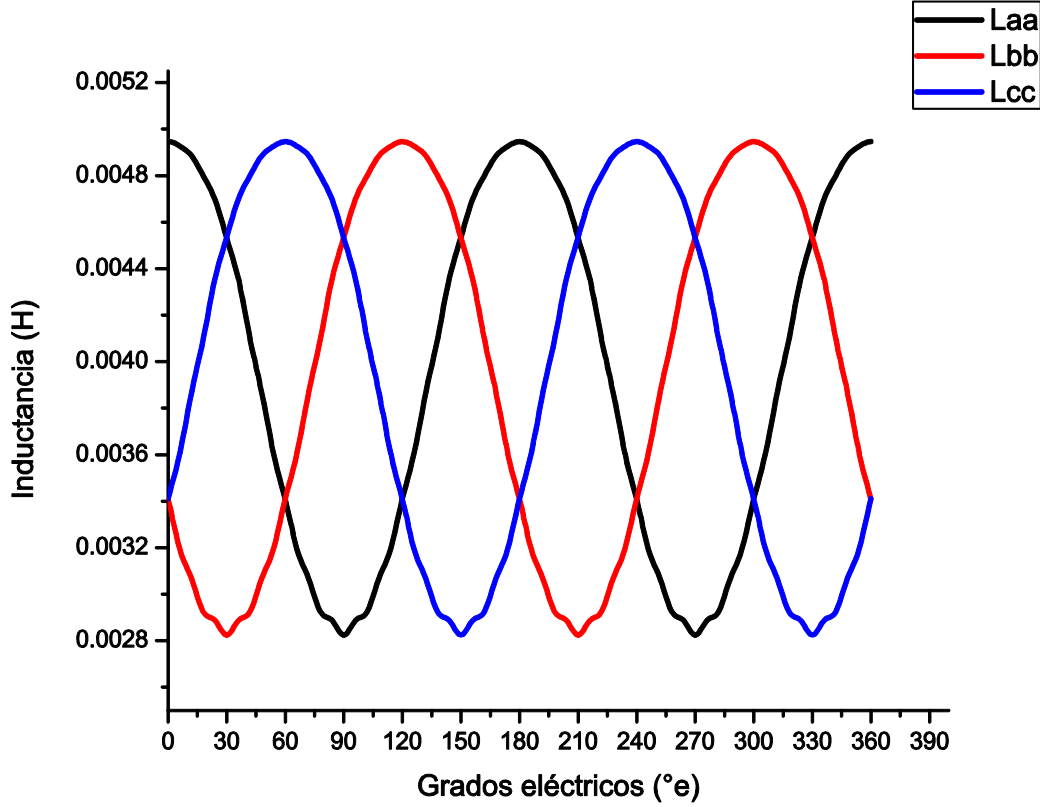


Figura 4.7 Inductancias propias de los circuitos del estator.

$$L_{aa} = L_{aa0} + L_{aa2} \cos 2\theta = 3.886 + 1.061 \cos 2\theta \quad \text{mH} \quad (4.11)$$

$$L_{bb} = L_{aa0} + L_{aa2} \cos 2\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) = 3.886 + 1.061 \cos 2\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \quad \text{mH} \quad (4.12)$$

$$L_{cc} = L_{aa0} + L_{aa2} \cos 2\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) = 3.886 + 1.061 \cos 2\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \quad \text{mH} \quad (4.13)$$

b) Inductancias mutuas entre devanados del estator.

Las inductancias mutuas entre los devanados del estator, sección 3.3.2.2 son mostradas en la figura 4.8, mientras que las ecuaciones que las describen son:

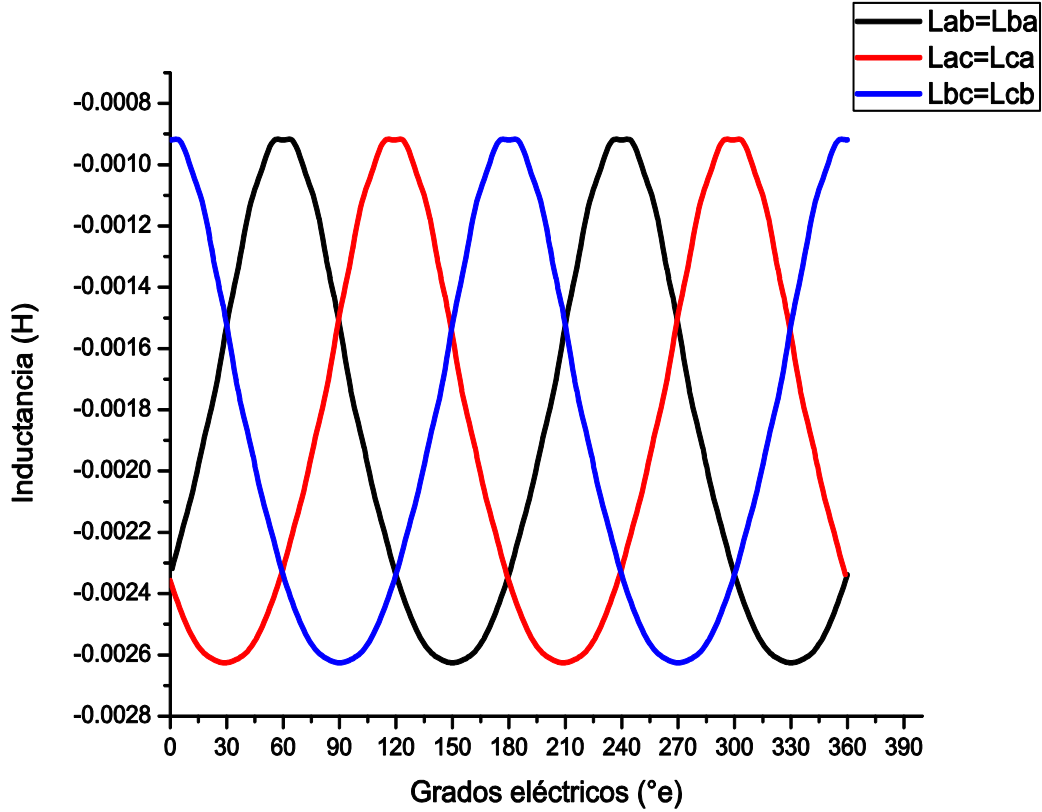


Figura 4.8 Inductancias mutuas entre los circuitos del estator.

$$L_{ab} = L_{ba} = -L_{ab0} - L_{ab2} \cos\left(2\theta + \frac{\pi}{3}\right) = -1.771 - 0.856 \cos\left(2\theta + \frac{\pi}{3}\right) \quad \text{mH} \quad (4.14)$$

$$L_{bc} = L_{cb} = -L_{ab0} - L_{ab2} \cos(2\theta - \pi) = -1.771 - 0.856 \cos(2\theta - \pi) \quad \text{mH} \quad (4.15)$$

$$L_{ca} = L_{ac} = -L_{ab0} - L_{ab2} \cos\left(2\theta - \frac{\pi}{3}\right) = -1.771 - 0.856 \cos\left(2\theta - \frac{\pi}{3}\right) \quad \text{mH} \quad (4.16)$$

c) Inductancia propia del devanado de campo.

Para obtener la inductancia del devanado de campo, se energizó con una corriente directa:

$$IFD = 12.4 \quad \text{A} \quad (4.17)$$

La distribución de las líneas de flujo magnético que produce este devanado en el generador se muestra en la figura 4.9 y es constante, a diferencia del provocado por el devanado del estator, debido a que el circuito magnético ve un entrehierro uniforme sin tomar en cuenta el efecto de las ranuras.

Sin embargo, en la figura 4.10 donde se muestra la inductancia propia del devanado de campo, es posible observar que existe una pequeña variación en el valor de esta inductancia que es afectada principalmente por el efecto de las ranuras del estator, por lo que su valor es obtenido como un valor promedio.

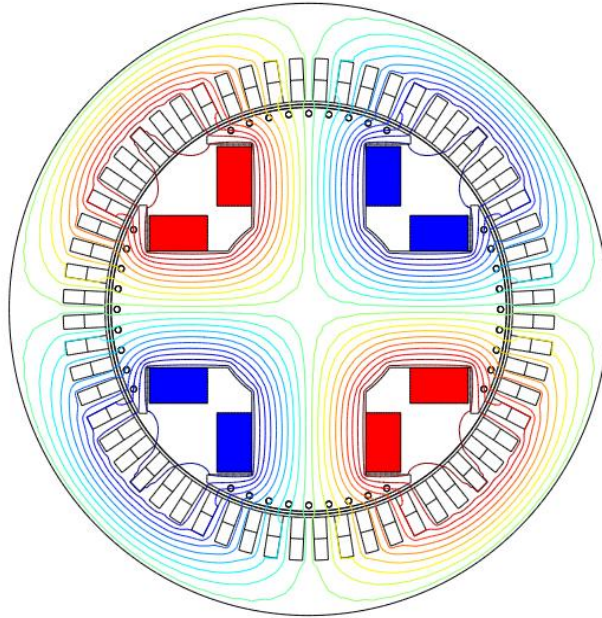


Figura 4.9 Distribución de líneas de flujo magnético al energizar el devanado de campo.

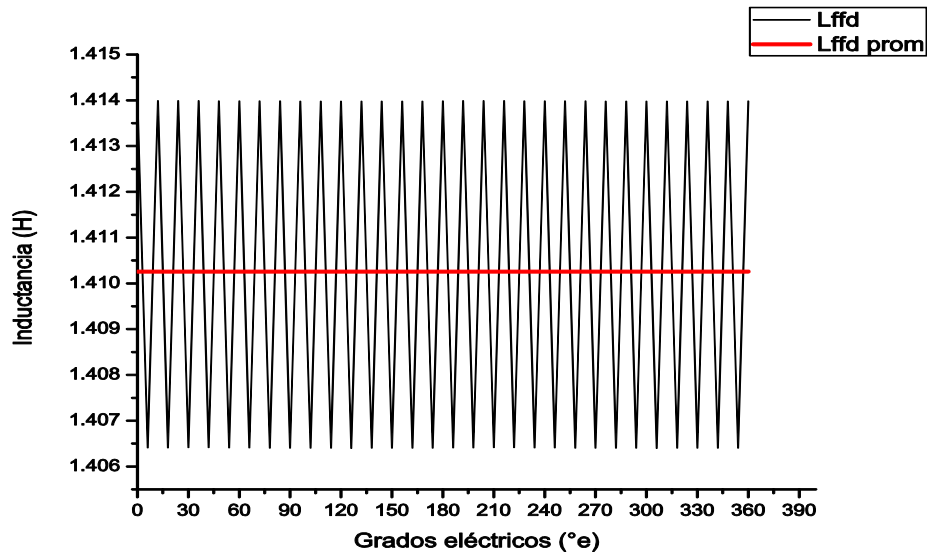


Figura 4.10 Inductancia propia del circuito del rotor.

$$L_{ffd\text{prom}} = cte = 1.410259 \quad \text{H} \quad (4.18)$$

d) Inductancias mutuas entre devanados del estator y el devanado de campo.

Las inductancias mutuas entre los devanados del estator y el devanado del rotor se muestran en la figura 4.11, y las ecuaciones que las describen son:

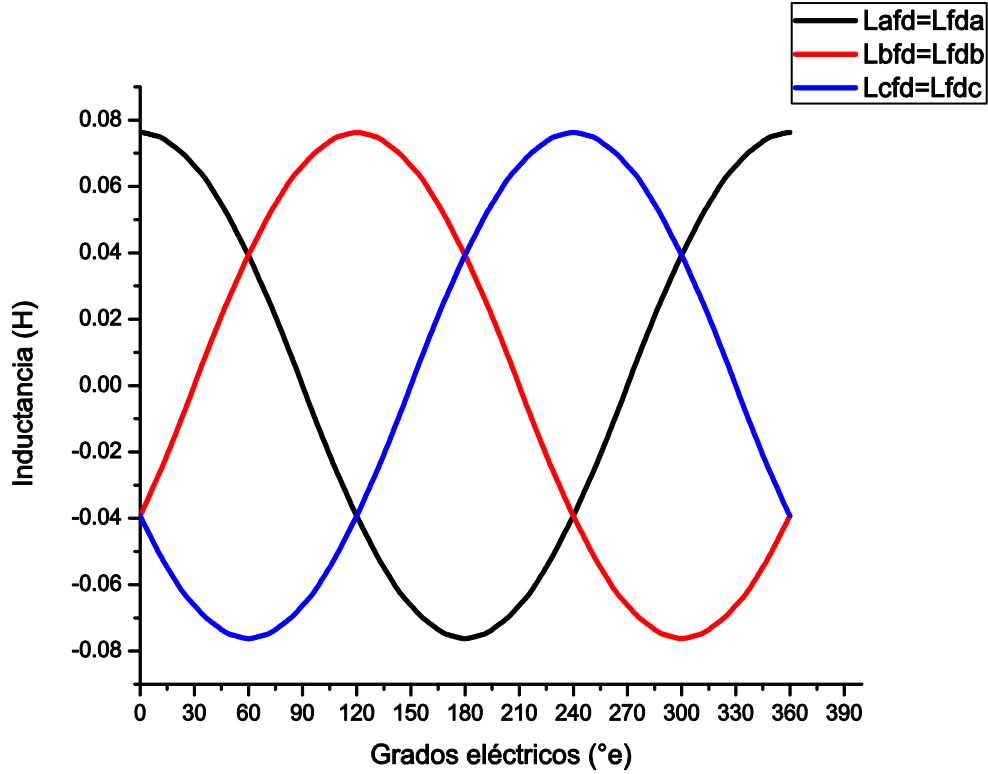


Figura 4.11 Inductancias mutuas entre los circuitos del estator y del rotor.

$$L_{afd} = L_{afd} \cos \theta = 76.405 \cos \theta \quad \text{mH} \quad (4.19)$$

$$L_{bfd} = L_{afd} \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) = 76.405 \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \quad \text{mH} \quad (4.20)$$

$$L_{cfd} = L_{afd} \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) = 76.405 \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \quad \text{mH} \quad (4.21)$$

4.5.3 Inductancias en el marco de referencia dq

Las inductancias en el marco de referencia dq son obtenidas de los resultados anteriores (marco abc) aplicando las ecuaciones (3.31) y (3.32), descritas en el capítulo 3.

a) Inductancias propias en eje directo L_d y en eje de cuadratura L_q

$$L_d = L_{aa0} + L_{ab0} + \frac{3}{2}L_{aa2} = 3.886 + 1.771 + \frac{3}{2}(1.061)$$

$$L_d = 7.2485 \quad \text{mH} \quad (4.22)$$

$$L_q = L_{aa0} + L_{ab0} - \frac{3}{2}L_{aa2} = 3.886 + 1.771 - \frac{3}{2}(1.061)$$

$$L_q = 4.0655 \quad \text{mH} \quad (4.23)$$

b) Inductancias mutuas en eje directo L_{ad} y en eje de cuadratura L_{aq}

Tomando en cuenta que la inductancia de dispersión L_l es vista principalmente en los bordes terminales del generador, se considera su valor igual al 15% del valor base y aplicando las ecuaciones (3.33) y (3.34) se determina que:

$$L_l = 0.15(L_{sbase}) = 0.15(0.8216) = 0.123 \quad \text{mH} \quad (4.24)$$

$$L_{ad} = L_d - L_l = 7.1255 \quad \text{mH} \quad (4.25)$$

$$L_{aq} = L_q - L_l = 3.9425 \quad \text{mH} \quad (4.26)$$

Todos los valores reportados anteriormente, corresponden a valores de inductancias no saturadas.

4.5.4 Cálculo de L_d y L_q aplicando condiciones de simetría al modelo

Debido a que se considera que el campo magnético que provocan las fmm de los devanados trifásicos en el estator está en sincronía con el campo del rotor, es posible hacer simulaciones magnetostáticas para describir la inductancia en los ejes directo y de cuadratura. El devanado de campo no debe ser energizado debido a que las inductancias en eje d y eje q dependen solamente de las corrientes en eje d y eje q.

a) L_d y L_q en el modelo completo (4 polos).

Al alimentar los devanados del estator con un grupo de corrientes trifásicas balanceadas (IA, IB e IC), ecuaciones (4.8)-(4.10) se obtendrá un grupo de enlaces de flujo trifásicos balanceados (Λ_a, Λ_b y Λ_c).

Estos grupos de corrientes y enlaces de flujo en componentes abc son transformados al marco de referencia dq por medio de la transformación de Park expresada por la ecuación (3.28) de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \Lambda_d \\ \Lambda_q \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\text{sen}\theta & -\text{sen}\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\text{sen}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Lambda_a \\ \Lambda_b \\ \Lambda_c \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\text{sen}\theta & -\text{sen}\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\text{sen}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

Despreciando el acoplamiento transversal entre los ejes d y q, las inductancias en eje directo y en eje de cuadratura resultan como:

$$L_d = \frac{\Lambda_d}{I_d} \quad (4.29)$$

$$L_q = \frac{\Lambda_q}{I_q} \quad (4.30)$$

Se simuló el generador síncrono alimentando las tres fases del devanado de armadura con los siguientes valores y características.

Corriente de armadura:

$$IA = 100\text{sen}(\omega t - \phi)$$

$$IB = 100\text{sen}\left(\omega t - \phi - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$IC = 100\text{sen}\left(\omega t - \phi + \frac{2\pi}{3}\right)$$

Características:

$$FP = 0.8 (-)$$

$$\phi = 36.87 \left(\frac{\pi}{180}\right)$$

$$\theta_0 = \frac{\pi}{2} \quad (\text{Posición inicial})$$

Tabla 4.3 Resultados obtenidos

(Modelo 4 polos).

Corrientes	(A)
I_d	-80
I_q	60
Enlaces de flujo	(Wb)
Λ_d	-0.5685
Λ_q	0.2711
Inductancias	(mH)
L_d	7.1058
L_q	4.5178

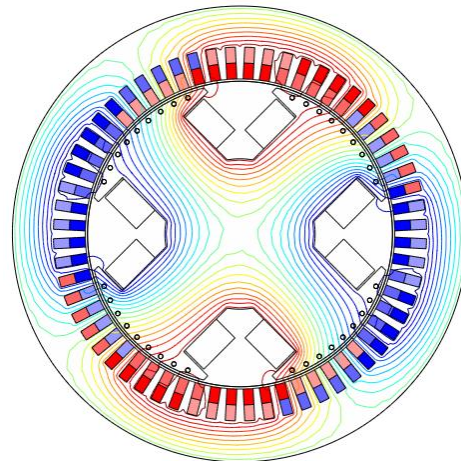


Figura 4.12 Distribución de líneas de flujo magnético (Modelo 4 polos).

b) L_d y L_q en el modelo de 1 polo.

En el cálculo de la inductancia en eje directo L_d la corriente de campo es puesta a cero y los devanados del estator son alimentados de tal forma que se obtenga una distribución de fmm con el valor máximo coincidente con el eje polar, esto corresponde a establecer que $I_d = I_{max}$ e $I_q = 0$.

Debido a que el campo magnético está en sincronismo con el rotor, una simulación magnetostática es posible y aprovechando la simetría eléctrica y geométrica de la máquina se puede analizar solo una porción del generador correspondiente a un polo.

Las condiciones de frontera son asignadas para restringir que las líneas de flujo sean tangenciales a lo largo del eje d y normales al eje q.

La inductancia síncrona en eje directo es definida como la inductancia del devanado de fase que su eje coincide con el eje d, cuando los devanados trifásicos son alimentados simultáneamente.

Cálculo de L_d cuando el eje de la fase a esta alineado con el eje d.

Condiciones de simulación.

Corriente de armadura:

$$IA = 100\text{sen}(\omega t)$$

$$IB = 100\text{sen}(\omega t - \frac{2\pi}{3})$$

$$IC = 100\text{sen}(\omega t + \frac{2\pi}{3})$$

Características:

$$\omega t = 90$$

$$\theta_0 = 0 \quad (4.31)$$

Partiendo de las condiciones de simulación se tiene que:

$$IA = I_{max} = 100 = I_d$$

$$IB = -\frac{I_{max}}{2} = -50$$

$$IC = -\frac{I_{max}}{2} = -50$$

Debido a que el eje del devanado de la fase a se encuentra alineado con el eje polar, el flujo enlazado por el devanado de la fase a (Λ_a) es igual al flujo enlazado en el eje d (Λ_d).

La inductancia L_d es calculada por:

$$L_d = \frac{\Lambda_a}{IA} = \frac{\Lambda_d}{I_{max}} \quad (4.32)$$

Tabla 4.4 Resultados obtenidos

$(L_d \text{ 1polo})$	
Corrientes	(A)
I_d	100
I_q	0
Enlaces de flujo	(Wb)
Λ_d	0.182147
Λ_q	0
Inductancias	(mH)
$L_d \text{ 1polo}$	1.82147
$L_d \text{ total}$	7.28588

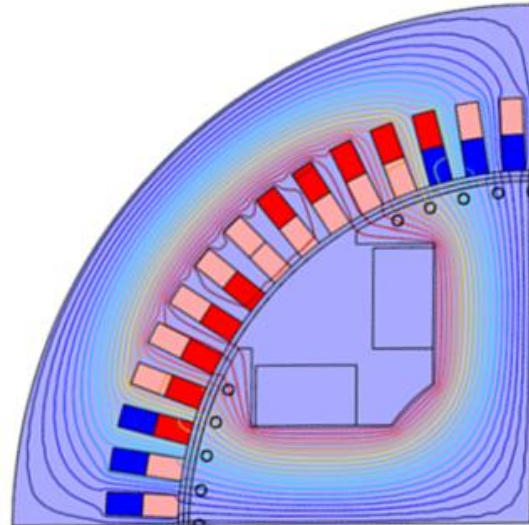


Figura 4.13 Distribución de flujo magnético ($L_d \text{ 1polo}$).

Cálculo de L_q cuando el eje de la fase a esta alineado con el eje q.

El cálculo de la inductancia en eje de cuadratura L_q , se lleva a cabo de la misma forma que L_d , pero en este caso las corrientes de alimentación en los devanados de la armadura deben provocar que el efecto de la fmm máxima sea coincidente con el eje q.

Condiciones de simulación.

Corriente de armadura:

$$IA = 100\text{sen}(\omega t)$$

$$IB = 100\text{sen}\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$IC = 100\text{sen}\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

Características:

$$\omega t = 90$$

$$\theta_0 = \frac{\pi}{2} \quad (4.33)$$

Partiendo de las condiciones de simulación se tiene que:

$$IA = I_{max} = 100 = I_q$$

$$IB = -\frac{I_{\max}}{2} = -50$$

$$IC = -\frac{I_{\max}}{2} = -50$$

Debido a que el eje del devanado de la fase a se encuentra alineado con el eje de cuadratura, el flujo enlazado por el devanado de la fase a (Λ_a) es igual al flujo enlazado en el eje q (Λ_q). La inductancia L_q es calculada por:

$$L_q = \frac{\Lambda_a}{IA} = \frac{\Lambda_q}{I_{\max}} \quad (4.34)$$

Tabla 4.5 Resultados obtenidos

$(L_q \text{ 1polo})$	
Corrientes	(A)
I_d	0
I_q	100
Enlaces de flujo	(Wb)
Λ_d	0
Λ_q	0.082538
Inductancias	(mH)
$L_q \text{ 1polo}$	0.82538
$L_q \text{ total}$	3.30152

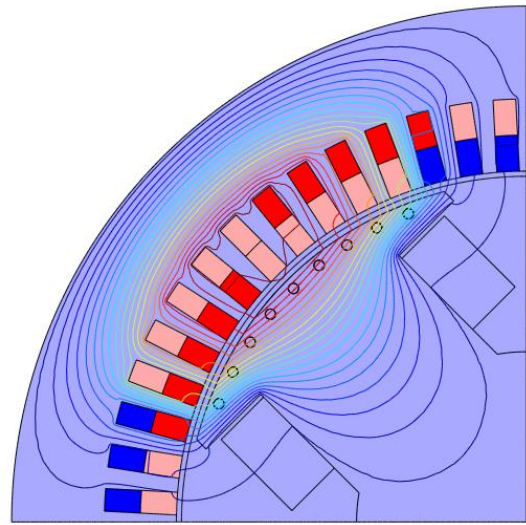


Figura 4.14 Distribución de flujo magnético ($L_q \text{ 1polo}$).

Los resultados obtenidos en los casos anteriores muestran que el cálculo de L_d y L_q se puede llevar a cabo con diferentes configuraciones de la máquina, obteniendo valores muy similares en todos los casos, las variaciones entre los resultados se pueden atribuir al contenido armónico de cada configuración. El uso de modelos simplificados utilizando secciones geométricas del modelo puede ayudar a reducir la complejidad del problema y los costos computacionales de las simulaciones.

4.5.5 Efecto de la saturación en las inductancias L_d y L_q

Se realizaron una serie de simulaciones magnetostáticas en el modelo del generador síncrono completo (4 polos) en base a la sección previa, variando la corriente máxima de

armadura I_{max} para identificar el efecto que tiene la saturación del material ferromagnético sobre las inductancias de la máquina.

Los resultados se presentan en la tabla 4.6 y fueron recabados utilizando el modelo de la figura 4.9. La figura 4.15 presenta una gráfica en donde se observa el efecto que sufre la reactancia de la máquina a diferentes niveles de corriente máxima, los valores en por unidad fueron calculados en base al sistema en por unidad $L_{ad\ base}$ recíproca [34].

Tabla 4.6 Variación de inductancia y reactancia síncrona en eje d y eje q debido a la saturación de los materiales magnéticos del generador.

I_{max} [A]	L_d [H]	L_q [H]	X_d [pu]	X_q [pu]
100	0,007148	0,004324	8,69963147	5,26261982
200	0,00714	0,004324	8,68989489	5,26261982
300	0,007081	0,004317	8,61808764	5,25410032
400	0,006541	0,004282	7,9608687	5,21150279
500	0,005739	0,004113	6,98477686	5,0058176
600	0,004931	0,003821	6,00138259	4,65043255
700	0,004312	0,003484	5,24801496	4,24027925
800	0,003841	0,003156	4,67477399	3,84107959
900	0,003468	0,002884	4,22080609	3,51003598
1000	0,003166	0,002655	3,85325031	3,23132646
1100	0,002915	0,002461	3,54776521	2,99521447
1159,65	0,002785	0,002359	3,38954584	2,87107312
1200	0,002705	0,002296	3,29218007	2,79439757

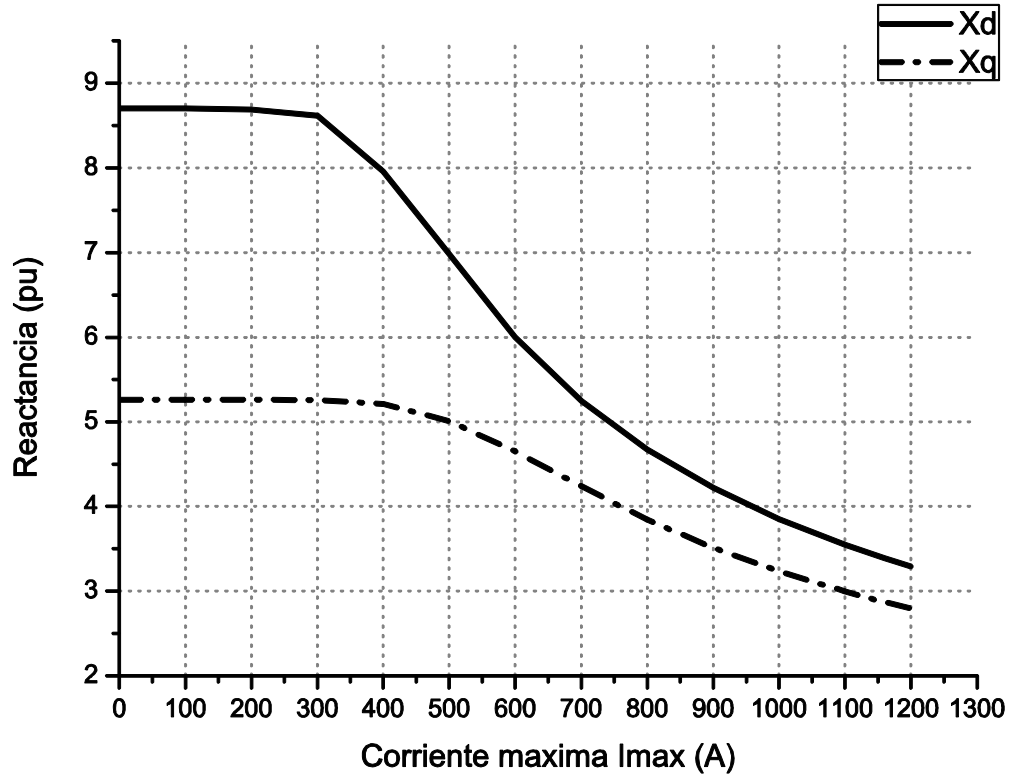


Figura 4.15 Variación de X_d y X_q en pu debido a la saturación.

La corriente $I_{max} = 1159.65 A$ corresponde al valor de corriente nominal del generador (820 A), se observa que la reactancia de eje directo X_d ha disminuido con respecto a su valor inicial alrededor del 60%, mientras que la reactancia de eje de cuadratura X_q se redujo alrededor de 50% de su valor inicial.

4.6 CÁLCULO DE LA TENSIÓN INDUCIDA

Cuando el generador está operando en vacío es decir sin carga, es posible medir la tensión inducida en los terminales de los devanados de la armadura de la máquina.

En una simulación magnetostática considerando el caso de máximo flujo enlazado por el devanado de la fase a, el valor rms del voltaje inducido por fase es dado por:

$$E_a = \frac{1}{\sqrt{2}} \omega \Lambda_{a \max} \quad (4.35)$$

La ecuación anterior indica el voltaje de línea en vacío para una conexión delta, por el contrario si el devanado de la armadura está conectado en estrella el voltaje de línea en vacío será:

$$V_0 = \sqrt{3} E_a \quad (4.36)$$

La tabla 4.7 muestra una serie de datos para reproducir la prueba de circuito abierto del generador, las columnas IIE 1988 e IIE 1989 corresponden a datos de pruebas físicas que se realizaron al generador, como se mencionó al inicio de este capítulo. Mientras que las columnas MEF 1 y MEF 2 muestran los datos recabados a partir de simulaciones magnetostáticas.

Tabla 4.7 Datos de pruebas de circuito abierto aplicadas al generador.

IIE 1988		IIE 1989		MEF 1		MEF 2	
IFD [A]	TENSION [V]	IFD [A]	TENSION [V]	IFD [A]	TENSION [V]	IFD [A]	TENSION [V]
0	4,4	0	30	0,1	3,51036	1	35,09121
12	240	7,2	225	1	35,10358	2	70,18242
16,4	320	10,9	320	3	105,31075	3	105,27365
20,3	400	13,9	400	5	175,51779	4	140,36481
21,7	420	14,8	420	7	245,72429	5	175,4561
23	440	15,6	440	9	315,93419	7	245,63941
24,9	460	16,4	460	11	386,17363	9	315,83319
26,9	480	16,8	480	12	421,2849	11	386,03221
28,7	500	19,1	500	12,5	438,824	13	456,11138
30,3	520	20,1	520	13	456,34778	15	526,00187
				15	526,29137	17	595,78664
				17	596,04724	19	665,42607
				19	665,57054	21	734,6739
				21	734,60465	23	803,32988
				23	803,05966	25	870,95179
				25	870,55736	27	934,40896
						29	990,04596
						31	1042,0041
						33	1090,87203
						35	1135,77406
						37	1176,30227
						39	1213,12691

La figura 4.16 muestra las curvas correspondientes a las cuatro pruebas realizadas al generador, sin embargo existe gran diferencia entre los resultados presentados por el IIE en ambas pruebas y los resultados obtenidos por simulaciones mediante el MEF.

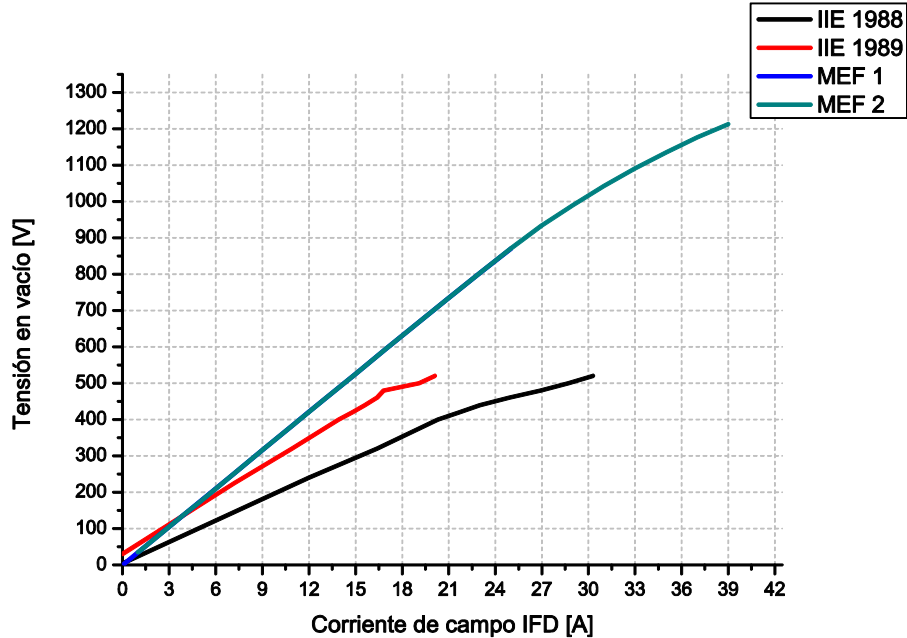


Figura 4.16 Curvas de pruebas de circuito abierto del generador.

La curva IIE 1989 muestra que la tensión nominal es obtenida cuando el devanado de campo es alimentado con 15.6 A, mientras que en la simulación de elemento finito se alcanza aproximadamente cuando se alimenta con 12.5 A.

4.7 OPERACIÓN DEL GENERADOR SÍNCRONO EN VACÍO Y CON CARGA.

Con la finalidad de verificar que el modelo creado en el software de elemento finito representa el comportamiento de la máquina real, se realizaron algunas simulaciones del generador operando en vacío y con carga.

Las simulaciones se realizaron alimentando los devanados de armadura con una corriente máxima de 100 A, se considera que los resultados de las simulaciones son valores no saturados.

4.7.1 Cálculo de valores en por unidad.

El sistema en por unidad $L_{ad\ base}$ recíproca es utilizado para calcular los valores de inductancias en pu en el marco de referencia dq, por simplicidad sólo se muestran los cálculos necesarios para este trabajo, se tomaron los valores nominales del generador como valores base, por lo que los valores nominales son vistos con un valor de 1 en pu. Se pueden consultar las referencias [34, 36] para un análisis más detallado.

a) Valores de las inductancias de los devanados.

En base a los resultados obtenidos en las simulaciones en el dominio del tiempo para calcular las inductancias de los devanados en el marco abc de la sección 4.5.2, se determinaron los valores de las inductancias en el marco dq (valores no saturados) expresadas por las ecuaciones (4.22) - (4.26), tales valores son:

$$L_d = 7.2485 \text{ mH}$$

$$L_q = 4.0655 \text{ mH}$$

$$L_l = 0.123 \text{ mH}$$

$$L_{ad} = 7.1255 \text{ mH}$$

$$L_{aq} = 3.9425 \text{ mH}$$

Los valores para el circuito del rotor, ecuaciones (4.18) y (4.19) son:

$$L_{ffd} = 1.410259 \text{ H}$$

$$L_{afd} = 76.405 \text{ mH}$$

b) Valores base de las cantidades del estator y rotor.

$$VA_{3\phi \text{ base}} = 625 \text{ kVA} \quad (4.37)$$

$$E_s \text{ base (rms)} = \frac{440 \text{ V}}{\sqrt{3}} = 254 \text{ V} \quad (4.38)$$

$$e_s \text{ base (pico)} = \sqrt{2}(254) = 359 \text{ V} \quad (4.39)$$

$$I_s \text{ base (rms)} = \frac{625 \times 10^3}{\sqrt{3}(440)} = 820 \text{ A} \quad (4.40)$$

$$i_s \text{ base (pico)} = \sqrt{2}(820) = 1159.7 \text{ A} \quad (4.41)$$

$$Z_s \text{ base} = \frac{254}{820} = 309.756 \text{ m}\Omega \quad (4.42)$$

$$f_{\text{base}} = 60 \text{ Hz} \quad (4.43)$$

$$\omega_{\text{base}} = 2\pi(60) = 377 \frac{\text{rad } e}{s} \quad (4.44)$$

$$L_s \text{ base} = \frac{309.756 \times 10^{-3}}{377} = 0.8216 \text{ mH} \quad (4.45)$$

$$i_{fd\ base} = \frac{7.1255}{76.405} 1159.7 = 108\ A \quad (4.46)$$

$$e_{fd\ base} = \frac{625 \times 10^3}{108} = 5787\ V \quad (4.47)$$

$$Z_{fd\ base} = \frac{5787}{108} = 53.58\ \Omega \quad (4.48)$$

$$L_{fd\ base} = \frac{53.58}{377} = 142.122\ mH \quad (4.49)$$

c) Valores en por unidad.

$$L_d\ pu = \frac{L_d}{L_s\ base} = 8.82 \quad (4.50)$$

$$L_q\ pu = \frac{L_q}{L_s\ base} = 4.95 \quad (4.51)$$

$$L_l\ pu = \frac{L_l}{L_s\ base} = 0.15 \quad (4.52)$$

$$L_{ad}\ pu = \frac{L_{ad}}{L_s\ base} = L_d\ pu - L_l\ pu = 8.67 \quad (4.53)$$

$$L_{aq}\ pu = \frac{L_{aq}}{L_s\ base} = L_q\ pu - L_l\ pu = 4.8 \quad (4.54)$$

$$L_{ffd}\ pu = \frac{L_{ffd}}{L_{fd\ base}} = 9.92 \quad (4.55)$$

$$L_{afd}\ pu = \frac{L_{afd}}{L_s\ base} \frac{i_{fd\ base}}{i_s\ base} = 8.66 \quad (4.56)$$

$$L_{fd}\ pu = L_{ffd}\ pu - L_{ad}\ pu = 1.25 \quad (4.57)$$

4.7.2 Operación del generador en vacío.

Cuando el generador síncrono trabaja en vacío, el devanado de campo es energizado por corriente directa y los devanados de armadura se encuentran en circuito abierto. La tensión inducida en el devanado trifásico puede ser medida en las terminales de la máquina.

Por conveniencia, las ecuaciones en por unidad de la máquina síncrona en estado permanente (3.59) a (3.64) son reescritas en esta sección como:

$$E_d = -\omega\Lambda_q - R_a I_d \quad (4.58) \quad \Lambda_d = -L_d I_d + L_{ad} I_{fd} \quad (4.61)$$

$$E_q = \omega\Lambda_d - R_a I_q \quad (4.59) \quad \Lambda_q = -L_q I_q \quad (4.62)$$

$$E_{fd} = R_{fd} I_{fd} \quad (4.60) \quad \Lambda_{fd} = L_{ffd} I_{fd} - L_{ad} I_d \quad (4.63)$$

La tensión inducida en el generador puede ser calculada de la siguiente manera:

Sustituyendo las ecuaciones (4.62) y (4.61) en las ecuaciones (4.58) y (4.59) respectivamente y conociendo que en por unidad $\omega L = X$, se tiene que:

$$E_d = X_q I_q - R_a I_d \quad (4.64)$$

$$E_q = -X_d I_d + X_{ad} I_{fd} - R_a I_q \quad (4.65)$$

Al no existir corrientes en los devanados del estator, las corrientes en eje d y eje q son nulas:

$$I_d = I_q = 0 \quad (4.66)$$

Por lo tanto, de la ecuación (4.65) el voltaje en terminales queda expresado por:

$$E_q = X_{ad} I_{fd} \quad (4.67)$$

En la ecuación anterior E_q representa la magnitud de la tensión inducida en pu en las terminales del generador en vacío, es conveniente utilizar otra variable para sustituir E_q debido a que cuando el generador trabaja con carga, la ecuación (4.67) no define la tensión inducida total, que es expresada en forma fasorial por la ecuación:

$$\bar{E}_f = E_f \angle \delta = \bar{V}_t + \bar{I}_a R_a + j \bar{I}_d X_d + j \bar{I}_q X_q \quad (4.68)$$

Donde $E_f = E_q = X_{ad} I_{fd}$ para condiciones en circuito abierto.

Despejando la corriente de campo en la ecuación (4.67) se obtiene:

$$I_{fd} = \frac{E_q}{X_{ad}} = \frac{E_f}{X_{ad}} \quad (4.69)$$

A partir de la ecuación en pu (4.69) y los valores calculados de las inductancias de la máquina, se simuló la condición de vacío para obtener la tensión nominal inducida en las terminales del generador. Los resultados se muestran a continuación.

Simulación de circuito abierto: tensión inducida en terminales.

El objetivo de esta simulación fue determinar la corriente de campo necesaria para obtener la tensión nominal inducida en las terminales del generador, por lo tanto:

$$E_f = 1.0 \text{ pu} = 254 \text{ V}$$

$$X_{ad} = 8.67 \text{ pu}$$

La corriente de campo necesaria en pu es:

$$I_{fd} = \frac{E_f}{X_{ad}} = \frac{1.0}{8.67} = 0.1153 \text{ pu}$$

Mientras que la corriente de campo real es:

$$I_{fd} = I_{fd \text{ pu}} I_{fd \text{ base}} = 0.1153(108) = 12.45 \text{ A}$$

A partir del resultado anterior y comparando con la curva de saturación obtenida anteriormente mediante simulaciones magnetostáticas, se estableció una corriente total en las barras conductoras de la figura 4.17, que representan al devanado de magnetización con 135 espiras cada una, con un valor de:

$$I_{fd \text{ total}} = N_e I_{fd} = 135(12.45) = 1680.75 \text{ A}$$

La figura 4.17 muestra las líneas de flujo magnético producidas por la corriente de magnetización, se observa que la distribución de flujo es uniforme sobre el material magnético debido a que no existe saturación. En la figura 4.18 se muestra la distribución de la densidad de flujo en el entrehierro de la máquina en sus componentes (B_x, B_y), la forma casi cuadrada de la distribución es debida a la forma de las zapatas polares en donde se puede suponer un entrehierro constante bajo el polo. La densidad de flujo máximo corresponde al valor predecible por la ley de Ampere [33]:

$$B_0 = \frac{P\mu_0 N_e I_{fd}}{2g} = \frac{2(4\pi \times 10^{-7})(135)(12.4)}{2(0.25)(0.0254)} = 0.3313 \text{ T} \quad (4.70)$$

Donde, P es el número de pares de polos, y g es la longitud del entrehierro.

En la figura 4.19 se muestran las gráficas resultantes de la tensión inducida rms vista en las terminales del generador, se obtuvieron valores de tensión de fase y de línea, la tensión inducida corresponde aproximadamente al valor esperado de 254 V o 440 V respectivamente, la fase a se utiliza como referencia debido a que en la posición inicial el eje de la fase a esta alineado con el eje d.

La figura 4.20 muestra los valores de tensión inducida en función de los enlaces de flujo y la velocidad síncrona, descritas por la ecuación (4.35), se observa que las graficas de la figura 4.19 están retrasadas 90°e respecto a las de la figura 4.20 ya que éstas representan indirectamente al flujo magnético que da origen a las tensiones inducidas.

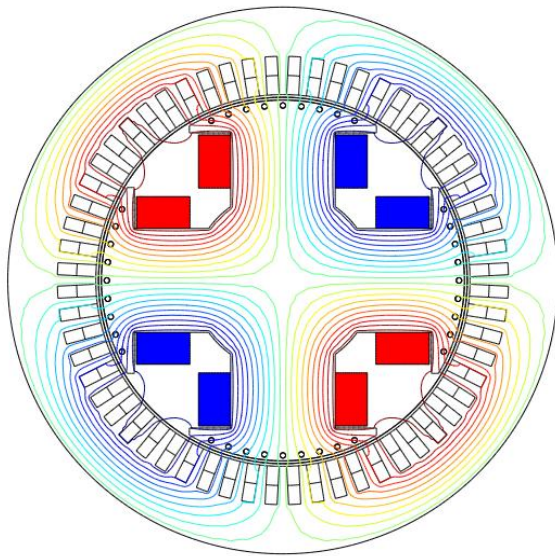


Figura 4.17 Distribución de líneas de flujo magnético (circuito abierto $I_{fd} = 12.4 A$).

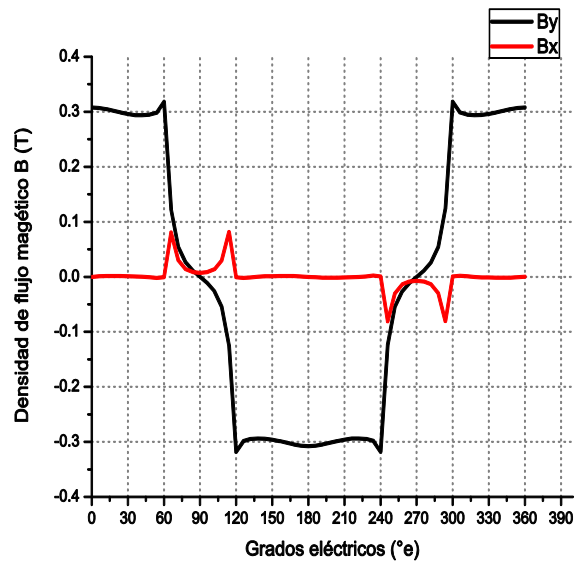


Figura 4.18 Densidad de flujo magnético en el entrehierro (componentes).

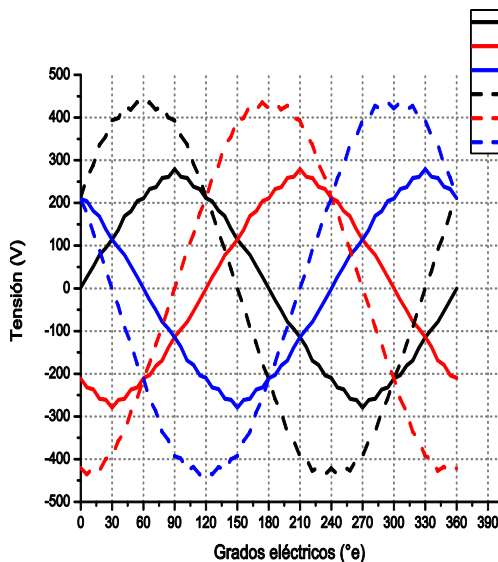


Figura 4.19 Tensiones inducidas (Circuito abierto $I_{fd} = 12.4 A$).

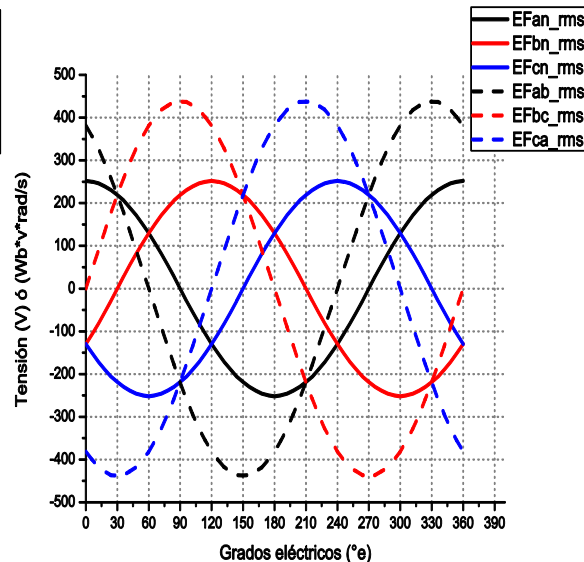


Figura 4.20 Tensiones en función del flujo magnético y la velocidad síncrona.

4.7.3 Operación del generador con carga con factor de potencia atrasado.

Cuando el generador opera conectado a una carga, la corriente de armadura \bar{I}_a es resultante en dos componentes: \bar{I}_d en cuadratura e \bar{I}_q en fase con el voltaje de excitación \bar{E}_f , como se muestra en la figura 4.21 (a) para un generador de polos salientes no saturado operando con un factor de potencia atrasado.

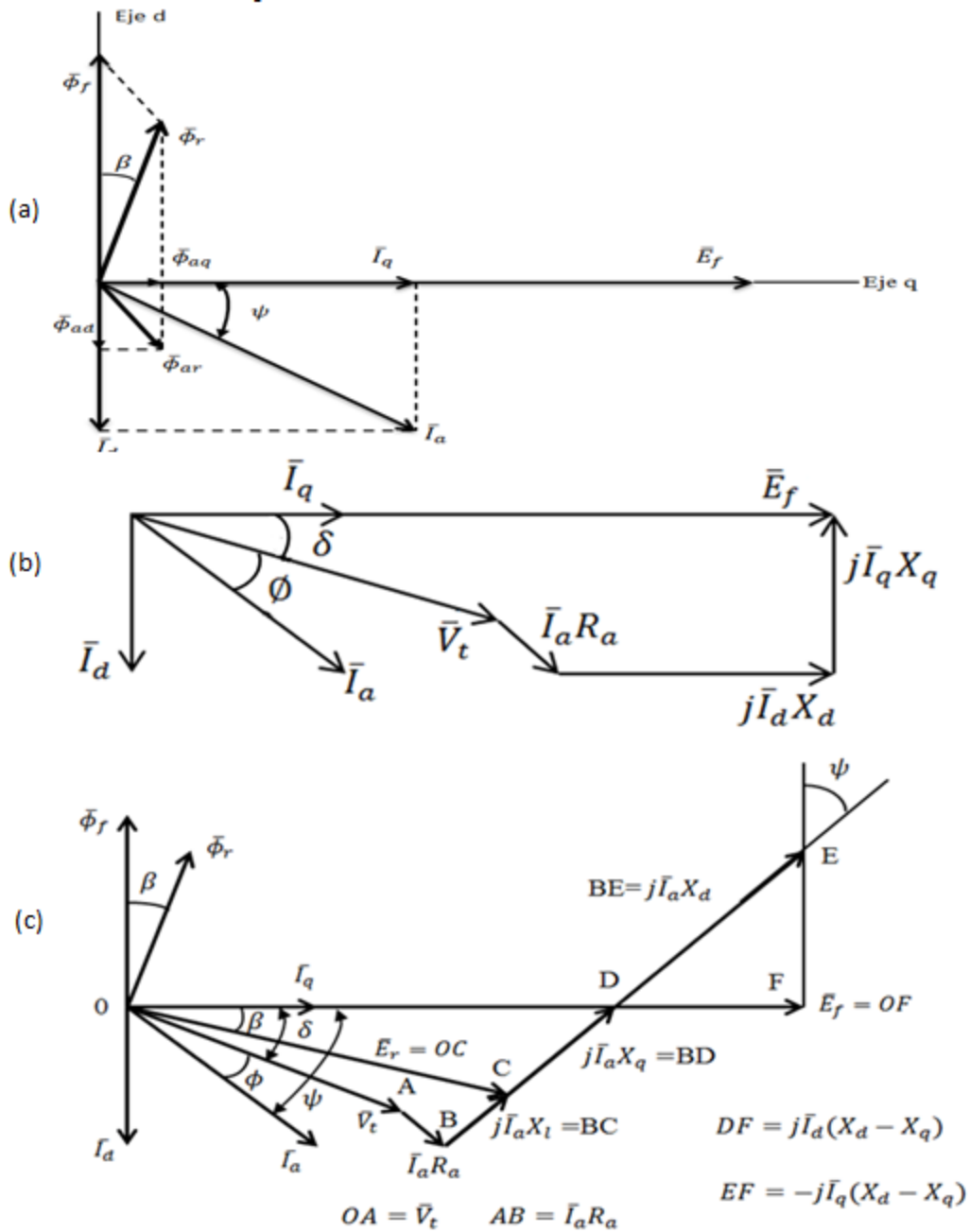


Figura 4.21 Diagramas fasoriales de un generador síncrono con factor de potencia atrasado, (Adaptada de [36]).

La componente \bar{I}_d de la corriente de armadura produce una componente fundamental de flujo de reacción de armadura $\bar{\Phi}_{ad}$ a lo largo de los ejes de los polos de campo, mientras que la componente \bar{I}_q produce una componente fundamental de flujo de reacción de armadura $\bar{\Phi}_{aq}$ en el eje interpolar o eje q.

El flujo de reacción de armadura $\bar{\Phi}_{ar}$, para el caso de una máquina no saturada, está dado por la suma de los fasores espaciales de las componentes $\bar{\Phi}_{ad}$ y $\bar{\Phi}_{aq}$. El flujo resultante $\bar{\Phi}_r$ en la máquina está dado por la suma de los fasores espaciales de $\bar{\Phi}_{ar}$ más el flujo del campo principal $\bar{\Phi}_f$, como en la figura 4.21 (a). El ángulo ψ entre \bar{E}_f e \bar{I}_a es conocido como ángulo del factor de potencia interno, y β es el ángulo espacial entre las ondas fundamentales de $\bar{\Phi}_f$ y $\bar{\Phi}_r$.

Se sabe que el voltaje de excitación \bar{E}_f es igual a la suma fasorial del voltaje terminal \bar{V}_t , más la caída de voltaje por resistencia $\bar{I}_a R_a$ y la caída de voltaje por reactancia síncrona ($j\bar{I}_d X_d + j\bar{I}_q X_q$), ecuación (4.68) [36]:

$$\bar{E}_f = \bar{V}_t + \bar{I}_a R_a + j\bar{I}_d X_d + j\bar{I}_q X_q$$

Se pueden ver estas relaciones en la figura 4.21 (b), en la cual δ es el ángulo de torque o ángulo de carga, ϕ es el ángulo del factor de potencia y $(\phi + \delta)$ es el ángulo del factor de potencia interno ψ .

Una vez que el ángulo del factor de potencia interno ψ ó $(\phi + \delta)$ es conocido, es posible dibujar la figura 4.21 (b) al resolver la corriente de armadura en sus componentes en eje d y en eje q. Sin embargo, el ángulo del factor de potencia externo ϕ en las terminales de la máquina es el conocido usualmente, en vez de ψ . Despreciando la resistencia de armadura, es posible calcular que:

$$\tan \delta = \frac{I_a X_q \cos \phi}{V_t + I_a X_q \sin \phi} \quad (4.71)$$

La figura 4.21 (c) muestra la construcción del diagrama fasorial para encontrar \bar{E}_f desde los valores conocidos de \bar{V}_t , \bar{I}_a , ϕ , R_a , X_d y X_q , lo cual satisface la ecuación (4.68). La suma fasorial ($\bar{V}_t + \bar{I}_a R_a + j\bar{I}_a X_q$) dada por OD determina la posición angular del eje q. Entonces, el eje d, perpendicular al eje q, puede ser localizado. Al agregar DF igual a $j\bar{I}_d(X_d - X_q)$ a OD, se obtiene el voltaje de excitación \bar{E}_f en terminales para las condiciones elegidas.

En la figura 4.21 (c), DE es una extensión de BD, DF es una extensión de OD, y EF es perpendicular a OF. El triángulo DEF se desvanecería si $(X_d = X_q)$, lo cual es el caso para la máquina de rotor cilíndrico.

Simulación del generador síncrono con carga de factor de potencia atrasado.

Para simular esta condición se calculó el voltaje de excitación necesario para mantener la tensión nominal en terminales ante la variación de carga con factor de potencia atrasado, como se muestra a continuación.

Condiciones del problema y solución analítica.

Se debe calcular el voltaje de excitación en pu cuando el generador alimenta a una carga con factor de potencia atrasado de 0.8 a tensión nominal pero con una corriente máxima de 100 A. Las reactancias X_d y X_q del generador de polos salientes para este caso son 8.82 y 4.95 en pu respectivamente.

Solución del problema:

Las características de tensión y corriente en las terminales son:

$$\bar{V}_t = 254 \text{ V} = 1.0 \angle 0^\circ \text{ pu} \qquad \bar{I}_a = \frac{100}{\sqrt{2}} \text{ A} = 0.086 \angle -36.87^\circ \text{ pu}$$

En primer lugar, el ángulo de fase de \bar{E}_f debe ser encontrado para que \bar{I}_a pueda ser resuelta en sus componentes en eje directo y eje de cuadratura. El diagrama fasorial es mostrado en la figura 4.22.

$$\bar{I}_a = 0.0688 - j0.0516 = 0.086 \angle -36.87^\circ$$

$$j\bar{I}_a X_q = j(0.0688 - j0.0516)(4.95) = 0.2554 + j0.3405 = 0.4257 \angle 53.13^\circ$$

$$\bar{V}_t = \text{fasor de referencia} = 1.0 + j0 = 1 \angle 0^\circ$$

$$\bar{V}_t + j\bar{I}_a X_q = \bar{E}' = 1.2554 + j0.3405 = 1.3 \angle 15.17^\circ$$

El ángulo de carga $\delta = 15.17^\circ$ y el ángulo del factor de potencia interno

$$\psi = \delta + \phi = 52^\circ$$

La corriente de armadura puede ahora ser resuelta en sus componentes en eje d y en eje q. Sus magnitudes son:

$$I_d = I_a \sin \psi = 0.086 \sin(52^\circ) = 0.068$$

$$I_q = I_a \cos \psi = 0.086 \cos(52^\circ) = 0.053$$

Expresándolas como fasores:

$$\bar{I}_d = I_d \angle (-90 + \delta)^\circ = 0.068 \angle -74.83^\circ$$

$$\bar{I}_q = I_q \angle \delta^\circ = 0.053 \angle 15.17^\circ$$

Se puede ahora encontrar E_f agregando la longitud:

$$a'c = I_d(X_d - X_q)$$

Numéricamente a la magnitud de \bar{E}' ; así la magnitud del voltaje de excitación es la suma algebraica:

$$E_f = E' + I_d(X_d - X_q) = 1.3 + 0.068(8.82 - 4.95)$$

$$E_f = 1.563 \text{ pu}$$

Visto como fasor,

$$\bar{E}_f = E_f \angle \delta = 1.563 \angle 15.17^\circ \text{ pu}$$

A partir de la condición de circuito abierto, se tiene que:

$$I_{fd} = \frac{E_f}{X_{ad}} = \frac{1.563}{8.67} = 0.18 \text{ pu}$$

Multiplicando por los valores base correspondientes, se obtiene que:

$$E_f = 1.563(254) = 397 \text{ V}$$

$$I_{fd} = 0.18(108) = 19.44 \text{ A}$$

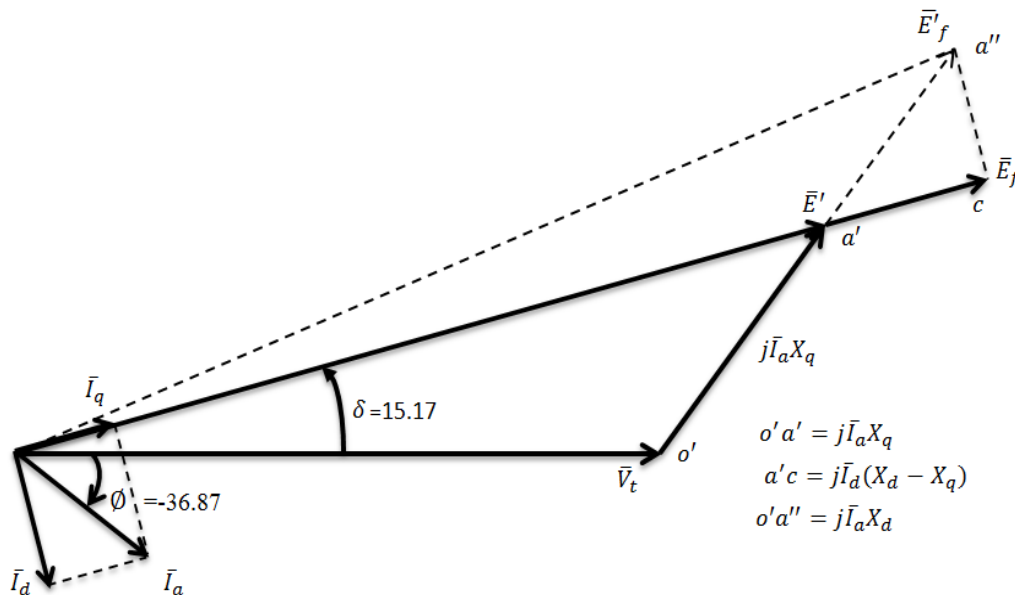


Figura 4.22 Diagrama fasorial del generador síncrono.

Solución por medio de simulaciones en elemento finito.

En esta sección se presentan los resultados de las simulaciones realizadas al generador en condiciones de estado permanente cuando trabaja con una carga con factor de potencia atrasado. Para aclarar los resultados se utilizara también parte de la solución en circuito abierto.

Se realizaron un grupo de 4 simulaciones para esta condición de carga, con la finalidad de observar claramente los eventos que se producen en el interior de la máquina, los cuales se describen brevemente:

- a) Circuito abierto. ($I_{fd} = 12.4 A$)

Esta es la condición inicial en el proceso de simulación, el devanado de campo es alimentado con una corriente directa de 12.4 A, para obtener el voltaje nominal en terminales.

- b) Circuito de reacción de armadura. ($I_{max} = 100 A$)

El devanado de campo es desenergizado, mientras que los devanados de la armadura son alimentados con corriente alterna balanceada con un valor máximo de 100 A y con un factor de potencia 0.8 atrasado. Ésta segunda simulación permite observar el fenómeno conocido como “reacción de armadura”.

- c) Circuito con carga, a partir de las condiciones de simulación previas.

$$I_{fd} = 12.4 A \quad \& \quad I_{max} = 100 A$$

En esta tercera simulación se alimentan todos los circuitos, campo y armadura de acuerdo a los casos previos. Esta condición equivale a aumentar la carga que alimenta el generador a partir de la condición de vacío sin regular la tensión del devanado de campo.

- d) Circuito con carga a tensión nominal, regulación de tensión en terminales.

$$I_{fd} = 19.44 A \quad \& \quad I_{max} = 100 A$$

Por último, se realiza una simulación corrigiendo la corriente de campo de acuerdo a los valores calculados anteriormente para regular la tensión en terminales del generador y mantener la tensión nominal hacia la carga.

Los resultados de las simulaciones son agrupados en las siguientes figuras.

Generador alimentando carga con FP (0.8) atrasado.

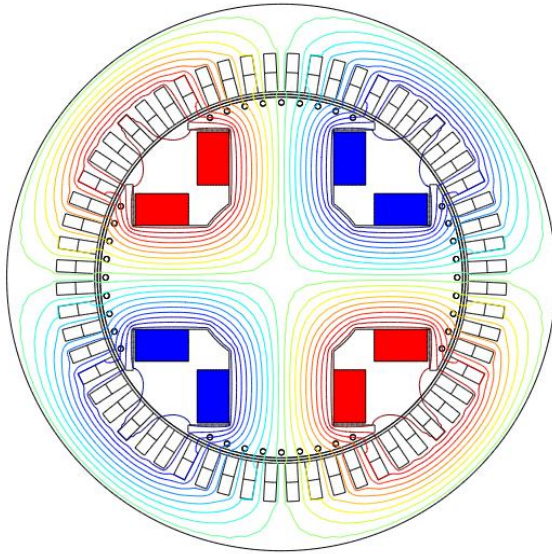


Figura 4.23 Líneas de flujo magnético.
(Circuito abierto $I_{fd} = 12.4 \text{ A}$)

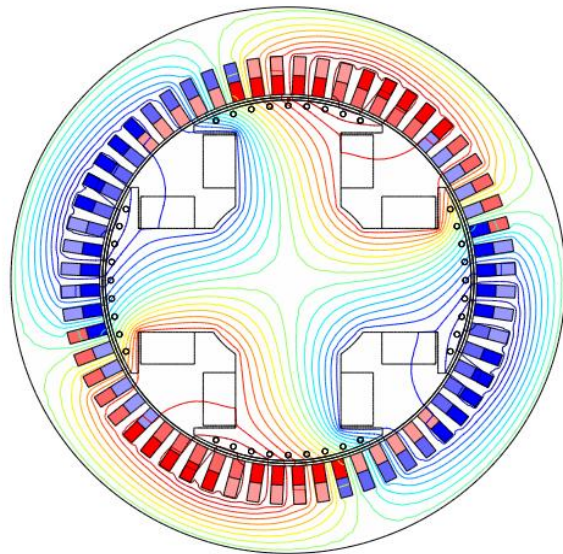


Figura 4.24 Líneas de flujo magnético.
(Reacción de armadura $I_{\max} = 100 \text{ A}$)

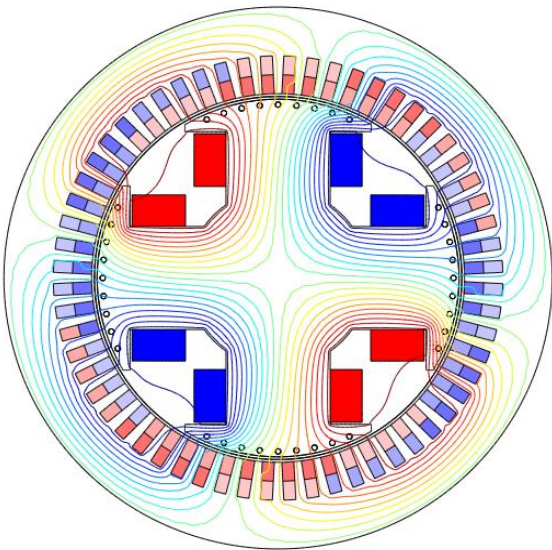


Figura 4.25 Líneas de flujo magnético.
(Aumento de carga $I_{fd} = 12.4 \text{ A}$ &
 $I_{\max} = 100 \text{ A}$)

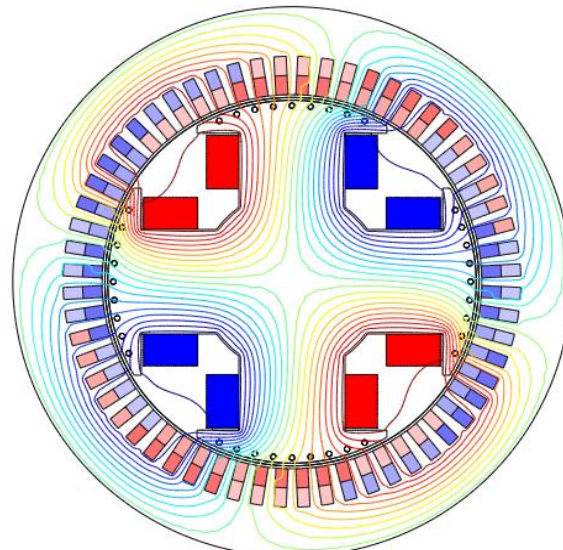


Figura 4.26 Líneas de flujo magnético.
(Regulación de tensión $I_{fd} = 19.44 \text{ A}$
& $I_{\max} = 100 \text{ A}$)

Se observa como la reacción de armadura distorsiona la distribución de las líneas equipotenciales de flujo magnético a través de los circuitos magnéticos del generador.

El efecto magnético no difiere mucho en las figuras 4.25 y 4.26 debido a que la corriente de armadura no cambia y a que el efecto magnetizante del campo predomina en esta condición.

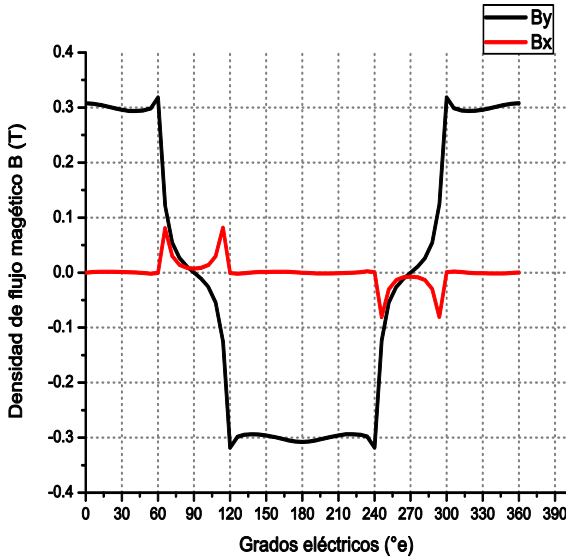


Figura 4.27 Densidad de flujo magnético.
(Circuito abierto $I_{fd} = 12.4 \text{ A}$)

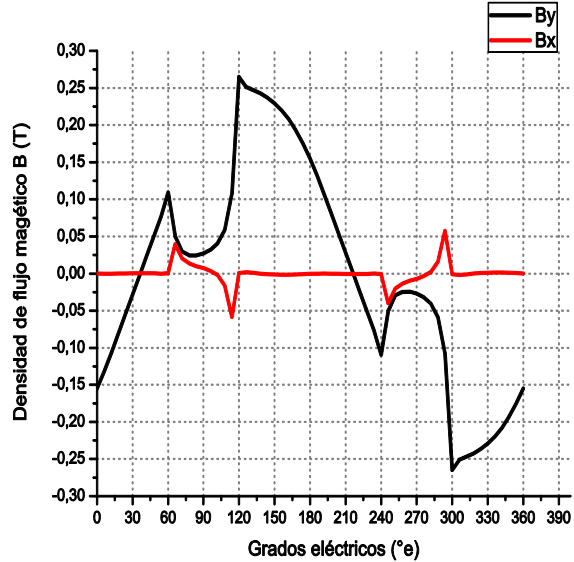


Figura 4.28 Densidad de flujo magnético.
(Reacción de armadura $I_{max} = 100 \text{ A}$)

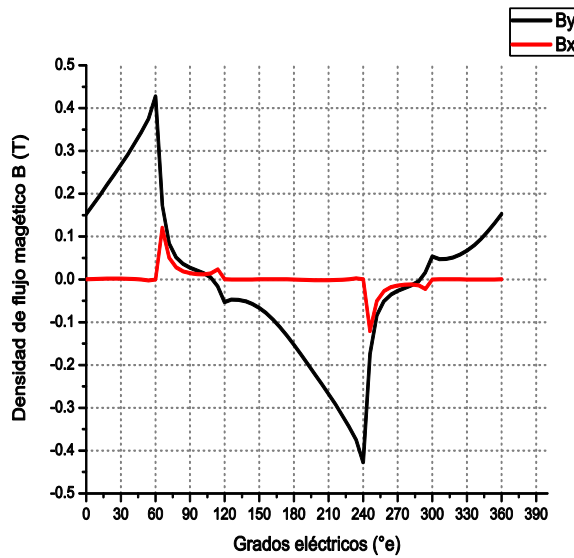


Figura 4.29 Densidad de flujo magnético.
(Aumento de carga $I_{fd} = 12.4 \text{ A}$ &
 $I_{max} = 100 \text{ A}$)

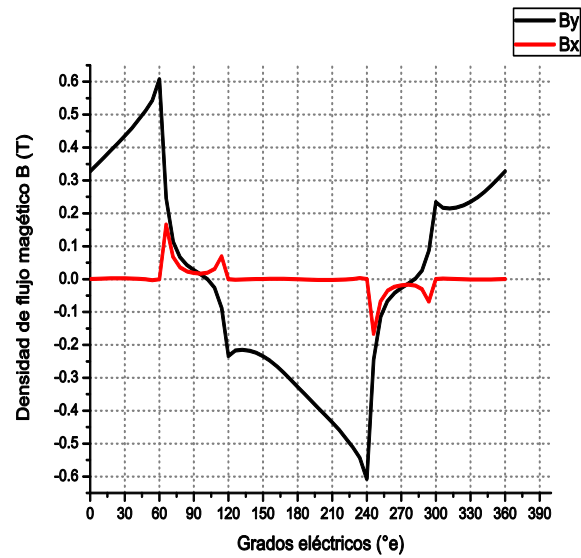


Figura 4.30 Densidad de flujo magnético.
(Regulación de tensión $I_{fd} = 19.44 \text{ A}$ &
 $I_{max} = 100 \text{ A}$)

La distribución de la densidad de flujo magnético a través del entrehierro en la figura 4.27 muestra una onda casi cuadrada, debido a que el entrehierro es casi constante en la cara polar, la figura 4.28 muestra el efecto de la reacción de armadura y al combinarlas fasorialmente se obtiene la distribución de la figura 4.29, cuando se regula la tensión en terminales, se obtiene la distribución de la figura 4.30. Se observa que el efecto de la reacción de armadura es desmagnetizante con respecto al campo, esto obedece a la naturaleza inductiva de la carga, lo cual reducirá la tensión en terminales.

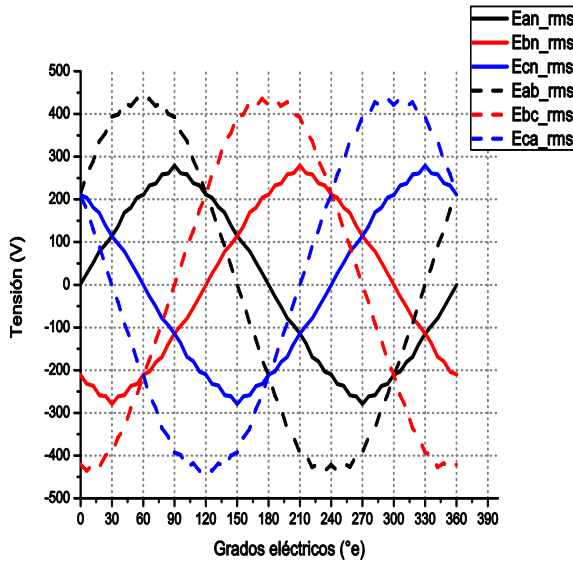


Figura 4.31 Tensiones inducidas.
(Circuito abierto $I_{fd} = 12.4 A$)

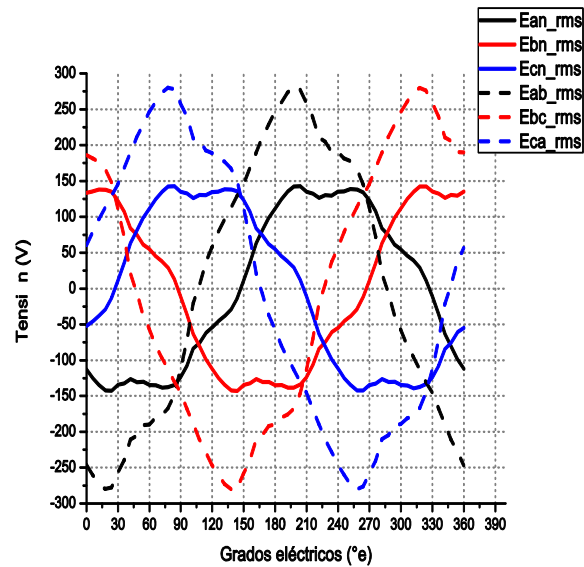


Figura 4.32 Tensiones inducidas.
(Reacción de armadura $I_{max} = 100 A$)

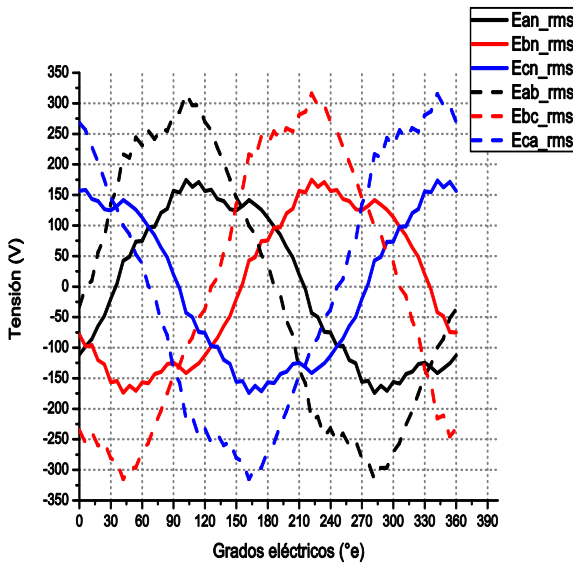


Figura 4.33 Tensiones inducidas.
(Aumento de carga $I_{fd} = 12.4 A$ &
 $I_{max} = 100 A$)

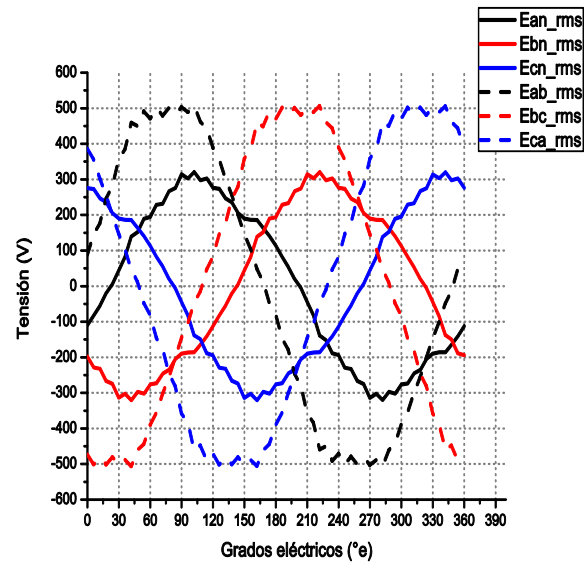


Figura 4.34 Tensiones inducidas.
(Regulación de tensión $I_{fd} = 19.44 A$ &
 $I_{max} = 100 A$)

En esta sección se presentan los resultados de la tensión inducida en las terminales del generador, las curvas representan valores efectivos de fase a neutro y de línea. Se observa que la tensión inducida en vacío corresponde a la tensión nominal, mientras que en la figura 4.32 se representa el efecto de la reacción de armadura vista como una tensión que se opone a la producida por el campo, lo que provoca una caída de tensión en las terminales cuando se conecta la carga en la figura 4.33; al aumentar el valor de la corriente de campo el valor de tensión es regulado y alcanza nuevamente valores nominales.

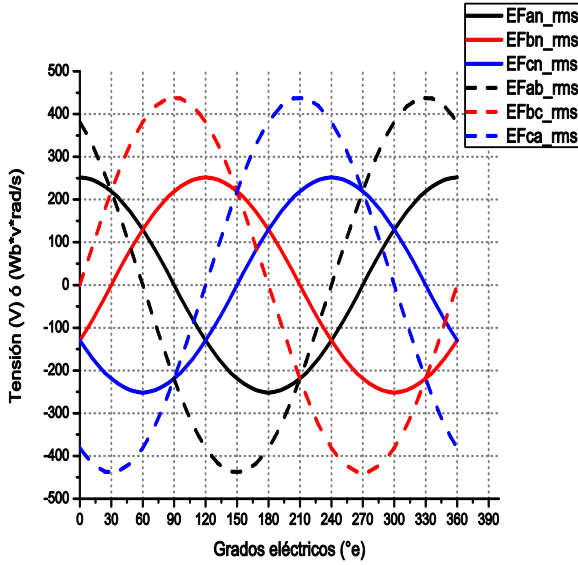


Figura 4.35 Enlaces de flujo por velocidad.
(Circuito abierto $I_{fd} = 12.4 A$)

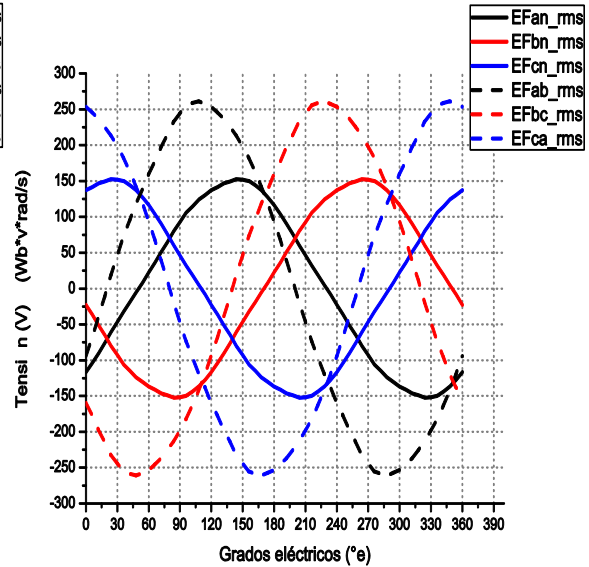


Figura 4.36 Enlaces de flujo por velocidad.
(Reacción de armadura $I_{max} = 100 A$)

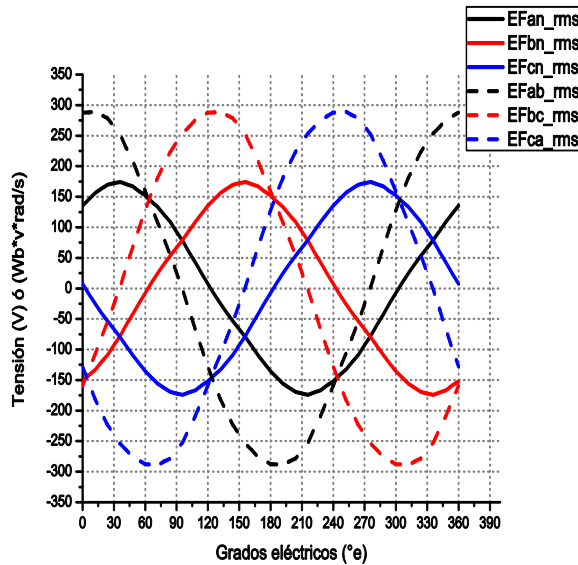


Figura 4.37 Enlaces de flujo por velocidad.
(Aumento de carga $I_{fd} = 12.4 A$ &
 $I_{max} = 100 A$)

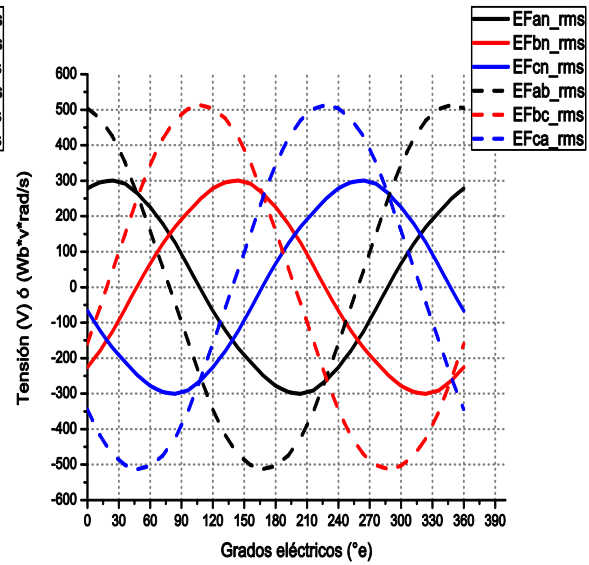


Figura 4.38 Enlaces de flujo por velocidad.
(Regulación de tensión $I_{fd} = 19.44 A$ &
 $I_{max} = 100 A$)

Las figuras 4.35 a 4.38 muestran los enlaces de flujo en los devanados de la armadura multiplicados por la velocidad síncrona cumpliendo dos objetivos. El primero, mostrar que las ondas de flujo se encuentran 90° adelante respecto a las tensiones inducidas, y el segundo es que estas curvas pueden ser interpretadas como valores de tensión de acuerdo con la ecuación (4.35), pero recordando que están desplazadas 90° .

Tanto en la figura 4.34 como en la 4.38 se puede observar que las tensiones inducidas son relativamente mayores a la tensión nominal de 254 V y que se han desplazado un ángulo de 22.61° e aproximadamente, el cual podría corresponder al ángulo de carga calculado previamente, con una diferencia de tan sólo 7.44° .

Los resultados de estas simulaciones muestran que el comportamiento del generador en estado permanente puede ser reproducido mediante el método de elemento finito con buenos resultados.

CAPÍTULO 5:

CONCLUSIONES

5.1 INTRODUCCIÓN

Por medio de simulaciones electromagnéticas en dos dimensiones, y a través de un software comercial basado en la solución de las ecuaciones de Maxwell utilizando el método de elemento finito, se determinaron los parámetros eléctricos (inductancia y reactancia) de un generador síncrono de polos salientes, además se analizó su comportamiento en estado permanente, operando en condiciones de vacío y con carga con factor de potencia atrasado.

A partir de simulaciones en el dominio del tiempo, se determinaron las inductancias de los devanados en el marco de referencia natural de la máquina abc sin considerar el efecto de saturación de los materiales magnéticos, debido a que las simulaciones fueron llevadas a cabo con un valor aproximado del 10% de la corriente nominal. La metodología utilizada en este trabajo no permitió realizar las simulaciones con valores nominales, esto se atribuye a que los materiales llegaban a un punto de saturación en el cual el software detenía la simulación al no encontrar una solución o punto de convergencia, la corriente máxima en la armadura que fue posible simular fue de alrededor de 350 A por fase, sin embargo los tiempos de simulación se duplicaban por lo menos, respecto a las simulaciones presentadas, además en lo que respecta a las inductancias no hubo diferencias significativas para justificar dichas simulaciones.

También se analizó el comportamiento del generador síncrono operando en vacío y con carga, obteniendo resultados satisfactorios debido a que, siendo éste uno de los primeros trabajos desarrollados en la SEPI ESIME Zacatenco sobre elemento finito y máquinas rotatorias se observa que el generador modelado responde de manera adecuada a las condiciones de operación planteadas.

Utilizando las condiciones de simetría del generador y las condiciones de frontera adecuadas, fue posible calcular las inductancias y reactancias de los devanados del generador en el marco de referencia dq, considerando el efecto de saturación en los núcleos magnéticos del generador, a partir de simulaciones magnetostáticas que ayudan a reducir la complejidad del problema y obtener resultados a un menor costo de tiempo y de recursos

computacionales; por ejemplo las simulaciones magnetostáticas consumieron un tiempo promedio cada una de 20 segundos, mientras que las simulaciones en el dominio del tiempo para la condición de vacío o con carga, consumieron un tiempo promedio de 5640 segundos (1 hora y media) aproximadamente.

Los valores calculados en el marco de referencia abc corresponden con los obtenidos en el marco dq, por lo tanto se puede concluir que son correctos, por lo menos en tanto sean valores no saturados.

Por último, el hecho de no conocer exactamente las propiedades de los materiales ferromagnéticos con los cuales está construido el generador síncrono, objeto de este trabajo, limita en gran manera que los resultados obtenidos puedan ser comparados y/o validados con los datos proporcionados por el Instituto de Investigaciones Eléctricas (IIE) ya que tan sólo las curvas de circuito abierto difieren bastante unas con otras.

5.2 APORTACIONES

Se realizó un modelo en dos dimensiones del generador síncrono de polos salientes a partir de datos geométricos y características de diseño, el cual puede ser útil para futuros trabajos de investigación debido a que es difícil contar con datos específicos y más completos.

Se muestra en base a los resultados que las inductancias de la máquina síncrona pueden ser calculadas satisfactoriamente en el marco abc o en el dq. Reduciendo las dimensiones del modelo y acelerando la obtención de los resultados.

Se presenta un análisis de los valores de inductancia y reactancia síncrona (X_d y X_q) del generador de polos salientes tomando en cuenta el efecto de la saturación,

Se reproduce mediante simulaciones magnetostáticas la prueba de circuito abierto del generador.

Se presenta a través de simulaciones en el dominio del tiempo, la respuesta del generador cuando opera en estado permanente en condiciones de vacío y con carga, donde se puede observar la interacción de los campos magnéticos producidos por los devanados de armadura y del campo, además del ángulo de carga.

5.3 RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS

El tema de investigación podría ser ampliado tomando en cuenta varias consideraciones, estas son sólo algunas de ellas:

Realizar un modelo en tres dimensiones para considerar las reactancias de dispersión en los bordes terminales del generador.

Utilizar otras técnicas de cálculo de inductancias para corroborar los resultados presentados en este trabajo.

Si es posible, realizar pruebas para determinación de parámetros a la máquina de prueba con todos los datos, debido a que existe incertidumbre con respecto a la prueba de circuito abierto.

El modelo realizado en este trabajo puede ser empleado como complemento para otros temas de investigación tales como, la excentricidad de las máquinas rotatorias.

Se podrían realizar las pruebas normalizadas para determinación de parámetros eléctricos mediante el MEF, utilizando otras técnicas o herramientas incluidas en el software.

Ampliar el estudio a los devanados de amortiguamiento, considerando uno o más circuitos equivalentes, con lo cual se podrían calcular parámetros en condiciones dinámicas.

Realizar acoplamientos entre el MEF y circuitos eléctricos para analizar el comportamiento del modelo en condiciones transitorias y determinar sus parámetros dinámicos.

Determinación de parámetros eléctricos en máquinas síncronas de polos salientes mediante el método de elemento finito.

REFERENCIAS

- [1] M. Ghomi, Y. Najafi. Sarem, “Review of Synchronous Generator Parameters Estimation and Model Identification”, Universities Power Engineering Conference 2007, UPEC 2007, pp. 228-235.
- [2] Xiaodong Liang, Ahmed M. El-Serafi, Sherif O. Faried, “Application of the Finite-Element Method for the Determination of the Parameters Representing the Cross-Magnetizing in Saturated Synchronous Machines”, IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 25, No. 1, March 2010, pp. 70-79.
- [3] C. Bassi, D. Giulivo, A. Tassarolo, “Transient Finite-Element Analysis and Testing of a Salient-Pole Synchronous Generator with Different Damper Winding Design Solutions”, XIX International Conference on Electrical Machines-ICEM 2010, Rome.
- [4] Charanjiv Gupta, Sanjay Marwaha, Manpreet Singh Manna, “Finite Element Method as an Aid to Machine Design: A Computational Tool”, Excerpt from the Proceedings of the COMSOL Conference 2009 Bangalore.
- [5] C. Vargas, T. Hernández, “Estimación de los Parámetros Eléctricos del Generador No. 15 de la Central Hidroeléctrica Simón Bolívar, Basado en la Aplicación del Método de Elementos Finitos”, XIII ERIAC Decimo Tercer Encuentro Regional Iberoamericano de CIGRE, 2009.
- [6] R. Escarela Perez, E. Melgoza, E. Campero Littlewood, “Time-Harmonic Modeling of Squirrel-Cage Induction Motors: A Circuit-Field Coupled Approach”, 2008 Excerpt from the Proceedings of the COMSOL Conference 2008 Boston.
- [7] RihebWislati, Helmut Haase, “Using COMSOL Multiphysics for the Modelling of a Hybrid Linear Stepper Motor”, COMSOL Conference Grenoble 2007.
- [8] Tomas Ignacio Asiaín Olivares, “Utilización de las máquinas generalizadas en la determinación experimental de parámetros en máquinas síncronas y de inducción”, Tesis que para obtener el grado de Maestro en Ciencias con Especialidad en Ingeniería Eléctrica, Instituto Politécnico Nacional, SEPI ESIME, México, D.F. 1991

- [9] Laura Leticia Juárez Caltzontzin, “Determinación de los parámetros dinámicos de máquinas síncronas por medio de un programa de computadora digital”, Tesis que para obtener el grado de el título de Ingeniero Electricista, Instituto Politécnico Nacional, México, D.F., 2008
- [10] Salvador Campos Hernández, “Determinación de los parámetros eléctricos de las maquinas síncronas en función de la frecuencia”, Tesis que para obtener el grado de Maestro en Ciencias con Especialidad en Ingeniería Eléctrica, Instituto Politécnico Nacional, SEPI ESIME, México, D.F., 2005
- [11] Gustavo Trinidad Hernández, “Determinación de los parámetros de máquinas síncronas mediante la prueba de respuesta a la frecuencia con el rotor en reposo”, Tesis que para obtener el grado de Maestro en Ciencias con Especialidad en Ingeniería Eléctrica, Instituto Politécnico Nacional, SEPI ESIME, México, D.F., 2010
- [12] S. Keller, M. Tu Xuan, J. –J Simond, “Prediction of the No-Load Voltage Waveform of Laminated Salient-Pole Synchronous Generators”, Industry Applications Conference 2005, Vol. 4, pp. 2265-2271
- [13] Marco A. Arjona L., “Parameter Calculation of a Turbogenerator during an Open-Circuit Transient Excitation”, 2004, IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 19, No. 1, March 2004
- [14] René Wamkeue, Innocent Kamwa, Mama Chacha, “Line to Line Short-Circuit-Based Finite Element Performance and Parameter Predictions of Large Hydrogenerators”, 2003, IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 18, No. 3, September 2003
- [15] H. C. Karmaker, “Time-Stepping Finite Element Analysis of Starting Performance of Large Salient-Pole Synchronous Machines”, IEEE International Electric Machines and Drives Conference, 2003 IEMDC’03, Vol. 3, pp. 1565-1570
- [16] C. N. Ashtiani, D. A. Lowther, “Simulation of the Steady-State Reactances of a Large Water-Wheel Generator by Finite Elements”, IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-103, No. 7, July 1984
- [17] D. C. Macdonald, A. B. J. Reece, P. J. Turner, “Turbine-Generator Steady-State Reactances”, IEE Proceedings, Vol. 132, Pt. C, No. 3, May 1985

- [18] Silvio Ykuyo Nabeta, Albert Foggia, Jean-Louis Coulomb, Gilbert Reyne, "A Time-Stepped Finite-Element Simulation of a Symmetrical Short-Circuit in a Synchronous Machine", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 30, No. 5, September 1994
- [19] Silvio Ykuyo Nabeta, Albert Foggia, Jean-Louis Coulomb, Gilbert Reyne, "A Non-Linear Time-Stepped Finite-Element Simulation of a Symmetrical Short-Circuit in a Synchronous Machine", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 31, No. 3, May 1995
- [20] F. Deng, N. A. O. Demerdash, "A Coupled Finite-Element State-Space Approach for Synchronous Generators. Part I: Model Development", 1996 IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 32, No. 2, pp. 775-784, April 1996
- [21] F. Deng, N. A. O. Demerdash, J. G. Vaidya, M. J. Shah, "A Coupled Finite-Element State-Space Approach for Synchronous Generators. Part II: Applications", 1996 IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 32, No. 2, pp. 785-794, April 1996
- [22] Fang. Deng, Nabeel. A. Demerdash, "Comprehensive Salient-Pole Synchronous Machine Parametric Design Analysis Using Time-Step Finite Element-State Space Modeling Techniques", 1998 IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 13, No. 3, pp. 221-229, September 1998
- [23] T. W. Nehl, F. A. Fouad, N. A. Demerdash, "Determination of Saturated Values of Rotating Machinery Incremental and Apparent Inductances by an Energy Perturbation Method", IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, No. 12, December 1982, pp. 4441-4451
- [24] N. A. Demerdash, F. A. Fouad, T. W. Nehl, "Determination of Winding Inductance in Ferrite Type Permanent Magnet Electric Machinery by Finite Elements", 1982 IEEE Transactions on Magnetics, Vol. MAG-18, No. 6, November 1982, pp. 1052-1054
- [25] R. Escarela-Perez, E. Campero-Littlewood, M. A. Arjona-Lopez and A. Laureano-Cruces, "Comparison of Two Techniques for Two-Dimensional Finite-Element Inductance Computation of Electrical Machines", IEE Proceedings-Electric Power Applications, Vol. 152, No. 4, July 2005, pp. 855-861

- [26] Oystein Krovel, Robert Nilssen, “Design and Measurements on a Small Radial Flux Permanent Magnet Generator with Concentrated Coils”, 2006 Excerpt from the Proceedings of the 2006 Nordic COMSOL Conference
- [27] José Hermilo Cerón Guerrero, “Efectos de la excentricidad en la estabilidad transitoria de la máquina síncrona de polos salientes”, Tesis que para obtener el grado de Maestro en Ciencias con Especialidad en Ingeniería Eléctrica, Instituto Politécnico Nacional, SEPI ESIME, México, D.F., 2010
- [28] Roberto Flores Ángeles, “Modelo del motor de inducción incluyendo el efecto de excentricidad”, Tesis que para obtener el grado de Maestro en Ciencias en Ingeniería Eléctrica, Instituto Politécnico Nacional, SEPI ESIME, México, D.F., 2011
- [29] De León Francisco, “Apuntes de teoría electromagnética”, SEPI ESIME IPN, México D.F.
- [30] Jesús Fraile Mora, “Máquinas eléctricas”, Mc Graw Hill, 5ta. Edición, 2003.
- [31] Daniel Fleisch, “A students guide to Maxwell’s equations”, Cambridge University Press, 2008
- [32] S. J. Salon, “Finite element analysis of electrical machines”, Springer, 1995
- [33] Nicola Bianchi, “Electrical machine analysis using finite elements”, Taylor & Francis, 2005
- [34] Kundur Prabha, “Power system stability and control”, McGraw-Hill, New York, 1994.
- [35] Olgúin Salinas Daniel, “Apuntes de máquinas avanzadas I”, SEPI ESIME, IPN.
- [36] Mulukutla S. Sarma, “Electric Machines, steady-state theory and dynamic performance”, West Publising Company, 2º Edicion, 1994.
- [37] Charles Concordia, “Synchronous Machines, Theory and performance”, General Electric Company, 1951.
- [38] Bernard Adkins, “The general theory of electrical machines”. Chapman & hall, LTD, 1964.

- [39] Stephen J. Chapman, “Máquinas eléctricas”, McGraw-Hill, 4ta. Edición, 2005.
- [40] User’s guide, “AC/DC MODULE”, COMSOL[®], 2008
- [41] Instituto de Investigaciones Eléctricas, IIE.
<http://vmw11.iie.org.mx/sitioIIE/sitio/indice.php>
- [42] Chestes L. Dawes, “Tratado de electricidad II”, Editorial Gustavo Gili, S. A. Barcelona, 1971.

APENDICE:

RESULTADOS DE PRUEBAS DE CORTO CIRCUITO APLICADOS AL GENERADOR SINCRONO POR EL IIE

En este apéndice se dan los resultados de las pruebas de corto circuito del generador síncrono proporcionadas por el Instituto de Investigaciones Eléctricas (IIE), como parte complementaria a los datos de las tablas 4.1 y 4.2.

Tabla A.1 Prueba de corto circuito proporcionada por el IIE (1988).

Lectura	Corriente de armadura A	Corriente de campo A
1	860	No se midió
2	820	51.0
3	600	36.7
4	400	24.9
5	200	12.4

Relación de corto circuito: $23/51=0.45$

Tabla A.2 Prueba de corto circuito proporcionada por el IIE (1989).

Lectura	Corriente de armadura A	Corriente de campo A
1	860	No se midió
2	820	43
3	600	32.6
4	400	22.3
5	200	10.5

Relación de corto circuito: $15.6/43=0.363$